भूमंडलीय

सूर्यग्रहण-गणित

गुजरात विद्यासभा : अमदावाद

शेठ भोळाभाई जेशिंगभाई अध्ययन संशोधन-विद्याभवननां प्रकाशनो

१. द्वयाश्रय काव्यमां मध्यकालीन गुजरातनी सामाजिक स्थिति, की. १-४ : अध्यापक भु. मोदीअे आचार्य हेमचंद्रना रचेला सं. प्रा. "द्वयाश्रय" काव्यमांथी तत्कालीन गुजरातनी स्थिति तारवी आपी छे. आ विषयनो गुजरातीमां आ प्रथम ज प्रयत्न छे. ग्रंथ खूब प्रशंसा पामेलो छे.

२. गुजराती अटकोनो इतिहास. की. १-४-० : अध्या. विनोदिनी र. नीलकंठे गुजरातनी विविध प्रजाओनी अटको विशेनी प्रचलित हकीकत अेकठी करी आपी छे. आ विषयनो आ ग्रंथ केटलीक अटकोनी उत्पत्तिनो रमूजी ख्याल पण आपे छे.

३. रणमल्लछंदनी अैतिहासिक समालोचना, की. ०-४-० : १४ मी सदीना अंतभागमां थयेला श्रीधर कविअे ईडरना राव रणमल्लना, मुस्लिम सूबाओ साथेना विग्रह विशेना अैतिहासिक काव्यनुं इतिहास-दृष्टिअे जे मूल्य छे, ते प्रो. सै. अबुझफर नदवीअे बतावी तत्कालीन इतिहासनां केटलांक अणउकेलेलां पानां प्रथमवार ज उकेली आप्यां छे.

४. 'अखो'-एक अध्ययन, (सिलक नथी) : "अखो" अे विषय लई अनेक लेखकोए प्रकाश पाडवा प्रयत्न कर्यो छे. अे बधा खंड-प्रयत्नोने आवरी नवीन ज रीते संशोधननी तीक्ष्ण दृष्टिथी अखानां जीवन अने कवननो आमूलचूड अभ्यास करी तत्कालीन साहित्य, समाज, शास्त्राभ्यास परंपरानी मीमांसा साथे अध्या. उमाशंकर जोषीअे निष्पक्षपात रीते निरूपण कर्युं छे. विद्वानोअे आ ग्रंथनी अनेकशः तारीफ करी छे.

५. Indo-Aryan and Hindi. की. ३-०-० : कलकत्ता युनिवर्सिटीना प्रोफेसर समर्थ भाषाशास्त्री डॉ. सुनीतिकुमार चातुर्ज्याअे संशोधन व्याख्यानमाळामां आपेलां आठ व्याख्यानोनो आ संग्रहग्रंथ छे. वक्ताअे प्रागैतिहासिक काळथी मांडी आर्यभाषा केवा रीते विकास साधती आवी छे अे बतावी छेक राष्ट्रभाषा हिंदुस्तानी सुधीनी सळंग सूत्रमाळा रची आपी छे. मुंबई युनिवर्सिटीअे अेम. अे. ना अर्धमागधीना अभ्यासक्रममां आ पुस्तक वांचवा भलामण करी छे. बीजी युनिवर्सिटीओअे पण आनो अे ज रीते सत्कार कर्यो छे.

६. मुझफ्फरशाही (मूळ फारसी अने गु० अनुवाद). की. १-४-० : गुजरातना मुझफ्फरशाह हलीमना राज्यकाळनी हकीकत साचवतो आ मूळ फारसीग्रंथ अेकमात्र हाथप्रत उपरथी संपादित करी गु. अनुवाद अने विस्तृत उपोद्घात साथे प्रथमवार ज मो. सै. अबुझफर नदवीअे रजू कर्यो छे.

७. विद्याविस्तार व्याख्यानमाळा, (सिलक नथी) "कवि कलापी"—श्री. त्रिभुवनदास लु. लुहार, गुजरातीमां अैतिहासिक नवलकथा—श्री. चुनीलाल व. शाह, चंपूकथा—प्रो. डोलरराय र. मांकड, ध्वनिना प्रकार—प्रो. डोलरराय र. मांकड, गुजराती कवितामां वास्तववाद—श्री. रतिलाल मो. त्रिवेदी, आचार्यश्री आनंदशंकरनुं धर्मचिंतन-प्रो. विष्णुप्रसाद र. त्रिवेदी.

आ सात व्याख्यानोनो आ संग्रह गुजराती साहित्यना अभ्यासीओने अति उपयोगी छे.

८. स्व. नाथाशंकर शास्त्रीनुं जीवनचरित्र, की. ०-४-० : स्व. नाथाशंकर शास्त्रीना अेक मित्र श्री. भीखाभाई शि. शुक्ले अंगत जातमाहितीथी लखेलुं चरित प्रेमानंदनां बनावटी नाटको वगेरेना कर्तृत्व उपर महत्त्वनो प्रकाश पाडे छे. अेमणे मूकेली केटलीक हकीकतो प्रथमवार ज प्रकाशमां आवती होई खूब महत्त्वनी नीवडी छे.

९. विग्रह पछीनी विश्वरचना, की. ०-४-० : जाणीता अर्थशास्त्री प्रो. के. टी. शाहे भु. व. सो. नुं आ मथाळे सने १९४२नुं वार्षिक व्याख्यान आप्युं हतुं, तेनी जूज नकलो बाकी रही छे. हिंदनां राजकारण अने अर्थशास्त्रनो सुमेळ साधतुं आ व्याख्यान अे दिशामां महत्त्वनो प्रकाश नाखे छे.

१०. पंचमहालना भील, की. २-८-० : आ पुस्तकमां भील सेवामंडळ, दाहोदना मंत्री श्री. पांडुरंग गो. वणीकरे भीलोनो इतिहास, अेमना रीतरिवाजो, अेमनां गीतो, अेमनां गामो, अेमनी अटको, अेमनी

दी. ब. मणिभाई जशभाई स्मारक ग्रंथमाळा, ग्रं. १० मो

भूमंडलीय
सूर्यग्रहण-गणित

(आलेखपद्धति द्वारा)

अध्या. हरिहर प्रा. भट्ट, बी. अे.
ज्योतिषशास्त्रना अध्यापक,
शेठ भो. जे. अध्ययन संशोधन विद्याभवन,
गुजरात विद्यासभा - अमदावाद
अने
छोटुभाअी सुथार, बी. अेस्सी.,
दा. न. हाअीस्कूल, च. अे. सोसायटी, आणंद

गुजरात विद्यासभा : अमदावाद

प्रकाशक :
जेठालाल जी. गांधी
सहायक मंत्री,
गुजरात विद्यासभा,
अमदावाद

प्रथम संपादन
प्रत २०००

वि. सं. २००५
अि. स. १९४९

कीमत
सभ्यो माटे रू. १-०-०
अन्य माटे रूपिया अढी

मुद्रक :
चतुरभाई शनाभाई पटेल
श्री महेंद्र मुद्रणालय,
माणेकचोक शाकमार्केट,
अमदावाद.

दीवान बहादुर मणिभाई जशभाई स्मारक ग्रंथमाळानो

परिचय

दीवान बहादुर मणिभाई जशभाई दीवान हता त्यारे अेमणे जे उत्तम कार्यो कर्या तेनुं स्मरण रहेवा माटे अे देशना लोकोए एक फंड ऊभुं कर्युं हतुं तेनी प्रोमिसरी नोटो रू. ८,७५० नी लई सन १८८८ मां सोसायटीने स्वाधीन करवामां आवी छे. अेनी अेवी शरत छे के अेना व्याजमांथी अर्धी रकम गुजराती पुस्तको रचाववा माटे ईनाम आपवामां वापरवो अने बाकीनी अर्धी रकममांथी पुस्तको खरीद करी अमुक लायब्रेरी-ओमां आपवां. आ शरत प्रमाणे आज सुधीमां आ फंडमांथी नीचेनां पुस्तको रचावी सोसायटी तरफथी प्रसिद्ध करवामां आव्यां छे :

नं.	पुस्तकनुं नाम	लेखक	किंमत
१.	इंग्लांडनी उन्नतिनो इतिहास	कमळाशंकर प्राणशंकर त्रिवेदी	२–०–०
२.	प्रतिनिधि राज्य विषे विवेचन	जगजीवनदास भ. कापडिया	१–०–०
३.	प्राचीन भारत भा. १लो	लक्ष्मीशंकर मोरारजी भट्ट	०-१२-०
४.	रुशिया	कृपाशंकर दोलतराम	०–६–०
५.	लोकोपयोगी शरीरविद्या	नीलकंठराय डाह्याभाई	०–४–०
६.	अकबर	उत्तमलाल केशवलाल त्रिवेदी	०–८–०
७.	युरोपना सुधारानो इतिहास	अतिसुखशंकर कमळाशंकर त्रिवेदी	०-१२-०
८.	हिंदु रसायण शास्त्रनो इतिहास	पर्जन्यराय वैकुंठराय मेढ	०–६–०
९.	प्राचीन गूजराती साहित्यमां वृत्तरचना	भोगीलाल जयचंदभाई सांडेसरा	०-१२-०
१०.	भूमंडलीय सूर्यग्रहण	अध्या. हरिहर प्रा. भट्ट अने छोटुभाई सुथार	२–८–०

गुजरात विद्यासभा, अमदावाद

ता. २०–८–४९

जेठालाल जीवणलाल गांधी

सहायक मंत्री

प्रस्तावना

सूर्यग्रहण अने चंद्रग्रहणनी वच्चे केटलोक फरक छे। चंद्रग्रहण सूर्यथी पडती पृथ्वीनी छायामां चंद्र आववाथी थाय छे, तेथी ज्यां ज्यां चंद्र क्षितिजनी ऊपर होय, त्यां त्यां चंद्रग्रहण अेक ज क्षणे अने अेक-सरखी आकृतिवाळुं देखाय छे, पण सूर्यग्रहण सूर्यनी आडे चंद्र आववाथी थाय छे। पृथ्वीनां जुदां जुदां स्थळोअे चंद्र सूर्यनी आडे जुदे जुदे वखते अने जुदी जुदी आकृतिओ करीने आवे छे अने केटलेक स्थळे चंद्र सूर्यनी आडे नहि आववाथी सूर्यग्रहण थतुं पण नथी। तेथी चंद्रग्रहणनुं गणित आखी दुनियाने माटे अेकसरखुं होय छे, त्यारे सूर्यग्रहणनुं गणित दरेक स्थळ माटे जुदुं जुदुं होय छे। कोअी पण अमुक प्रदेशमां अगत्यनां स्थळो घणां होय छे, ते दरेक माटे गणित करवुं अे घणुं कठण काम छे; वळी सूर्यग्रहणनुं गणित पण बहु लांबुं होय छे।

आ अुपरांत अेक बीजी बाबत पण छे। अुपर कह्युं तेम सूर्यग्रहण पृथ्वीनी अमुक जगाअेथी देखाय छे, त्यारे अमुक जगाअेथी नथी देखातुं। अमुक स्थळ माटे आखुं गणित कर्या पछी मालूम पडे छे के त्यां ग्रहण देखावानुं नथी, तेथी गणित माटे करेली बधी महेनत नकामी जाय छे। तेथी सूर्यग्रहण पृथ्वी अुपर क्यां देखाशे अने क्यां नहि देखाय ते अगाअुथी जणाय अेनो जरूर छे।

आ बंने हेतुओ पार पाडवा माटे सामान्य पद्धतिथी गणित करवामां आवे तो गणितनुं काम असाधारण रीते वधी जाय छे। तेथी आ पुस्तकमां सामान्य गणितपद्धतिने बदले आलेख (ग्राफ) पद्धतिनो अुपयोग करवामां आव्यो छे। आथी काम घणुं सहेलुं थाय छे।

पश्चिमना देशोमां आ विषय अुपर घणां पुस्तको छे, पण हिंदुस्तानमां आलेखपद्धतिनुं मात्र अेक ज पुस्तक छे: स्व. व्यं. बा. केतकरनुं 'भारतभूमंडलीयं सूर्यग्रहणगणितम्'। आ पुस्तक संस्कृतमां ३२ पृष्ठनुं छे अने तेमां हिंदुस्तानना बे नकशा छे।

आ विषयने समजवामां सरळता थाय ते माटे विषय वधारे विस्तारथी लखाय अने खूब आकृतिओ अने नकशा अपाय अे जरूरी छे अेम लागवाथी अमे आ पुस्तक लख्युं छे। आ पुस्तकना गणितने माटे लाघवांक (लॉगेरिथम) नुं ज्ञान आवश्यक नथी, पण जो ते होय तो घणी वधारे सरळता थाय, तेथी अमे आ पुस्तकने छेडे लाघवांकनुं प्रकरण अने तेनां कोष्टको आप्यां छे। जेनी अिच्छा होय ते आ प्रकरण वांचे।

आलेख (ग्राफ) दोरवा माटे प्राथमिक ज्ञानथी ज शरूआत करी छे अने खूब आकृतिओ आपीने आलेखनी दरेक भूमिकानी कृति चित्र द्वारा स्पष्ट रीते समजाववानो प्रयत्न कर्यो छे. कुल १९ आकृतिओमां मुख्य आलेख ४ पृष्ठ जेवडो मोटो छे. ते घडी वाळीने पुस्तकने छेडे आपेल छे (चि. अं. १४). आ अुपरांत हिंदुस्तानना ४ अने पृथ्वीना बे नकशा आप्या छे।

विषयनी समजण बने तटली सरळताथी, वीगतवार अने विस्तारथी आपवानो प्रयत्न कर्यो छे। पुस्तकनो मुख्य अुद्देश खास करीने स्पर्शकाळ, मोक्षकाळ अने परमग्रास बतावतो हिंदुस्ताननो नकशो बनाववानो छे, पण पृथ्वीना बीजा कोअी पण भागने अथवा आखी पृथ्वीने आ पद्धति लागु पडी शके अेवी रीतो बतावी छे अने अे रीते आ पद्धतिने भूमंडलीय बनावी छे; तयार आंकडा हिंदुस्तानना अक्षांश (६ थी ३६) माटे ज आप्या छे, पण बाकीना अक्षांश माटे आंकडा तैयार करवानी रीत आपी छे।

हिंदुस्तानमां आ विषयना अभ्यासमां आ पुस्तक कंअीक अंशे सहायरूप थशे, तो अमे अमारो श्रम सफळ थयो मानीशुं। सूचनाओ माटे अमे अुपकृत थअीशुं। **शुद्धिपत्रक प्रमाणे सुधार्या पछी ज पुस्तक वांचवा विनंती छे**। सहेजे समजाय अेवी भूलो शुद्धिपत्रकमां बतावी नथी। कोअी महत्त्वनी रही गयेली भूल अमारा लक्षमां लाववामां आवशे, तो अमे अुपकृत थअीशुं।

आ पुस्तक गुजरातनी बहार पण बने तटलुं अुपयोगी थाय अे हेतुथी आ पुस्तकनी लिपि देवनागरी राखी छे। अमे आशा राखीअे छीअे के आ हेतु सफळ थशे। आ पुस्तक हिंदी भाषामां बहार पडयुं होत, तो आ हेतु विशेष सफळ थात, पण केटलांक कारणोने लीधे तेम बनी शक्युं नथी।

श्रावण, पौर्णिमा,
वि. सं. २००५
(शा. श. १८७१)

कर्ताओ

अनुक्रमणी

गुजरात के बाहर के पाठकों के लिये

यह पुस्तक हिन्दी भाषा में और देवनागरी लिपि में प्रकाशित होवे अैसी सूचना हिन्दुस्तान के अन्य प्रदेश के विद्वानों की ओर से आअी है। अिस सूचना का अमल हम नहीं कर सके अुस का हमें खेद है, मगर भाषा गुजराती रखने पर भी लिपि देवनागरी रक्खी है। भाषा सरल है, परिभाषा संस्कृत है और पुस्तक के बहुत भाग में अंक और चित्र हैं, अिस से अिस पुस्तक को समझने में कठिनता नहीं होगी अैसा हमारा अंदाज है। अुपयुक्त सूचनाओं के लिये हम अुपकृत होंगे। **कर्ताओं की ओरसे**।

शुद्धिपत्रक

पृष्ठ	कॉलम		लीटी	अशुद्ध	शुद्ध
२	१		४	आ लेखना	आलेखना
			१४	चित्र १ (क)	चि. अं. ९
			२२	आ वाळे स्यळे	'आ' वाळे स्थळे
६	१	छेल्लेथी	८	कोष्टक ६	पृष्ठ २९
८	२	छेल्लेथी	२	पृ. उपर	पृ. ६ अुपर
९	१		२	पृ. अुपर	पृ. ८ अुपर
२१	२		२	अेने अ कहो।	अेने क कहो।
				अ ने केन्द्र समजी	क ने केन्द्र समजी
			४	ते बिंदुने क कहो।	ते बिंदुने अ कहो।
३५	२	छेल्लेथी	५	P. 347 ४९९/५०० ने बदले	P. 347. नाटिकल ५९९/६०० ले छे।
३९		छेल्ली		६८३	६८३०
४४			१	स्वाभाविक स्पर्शक	को. ३ स्वाभाविक स्पर्शक
४६			६	०५ ७	०५०७
४६			१०	११ ४	५१०४
४६			२७	२६५	४२६५

भूमंडलीय सूर्यग्रहण गणित

प्रकरण १

— प्रास्ताविक —

१. चंद्रग्रहण अने सूर्यग्रहण वच्चेनो भेद

चंद्रग्रहण वखते चंद्र पृथ्वीनी छायामां प्रवेश करे छे। आथी आ समये ज्यां ज्यां चंद्र क्षितिजनी उपर होय छे, त्यां त्यां चंद्रग्रहण देखाय छे. चंद्रग्रहण आवां बधे स्थळे अेक ज समये शरू थतुं अने अेक सरखी ज आकृतिवाळुं देखाय छे. सूर्यग्रहण वखते आम थतुं नथी। सूर्यग्रहण समये चंद्र सूर्यनी आडे आवे छे। आ समये चन्द्रनो पडछायो पृथ्वी उपर थअी पसार थतो होय छे, अने आम जे जे स्थळे आ पडछायो पडे छे, ते ते स्थळे ज ग्रहण देखाय छे. चंद्रनो पडछायो आखी पृथ्वीने आवरी लेतो नथी, तेम ज अेक ज स्थळे पडी त्यां स्थिर रहेतो नथी, एटले सूर्यग्रहण समये भिन्न भिन्न स्थळे जुदे जुदे समये अने जुदी जुदी दिशामांथी चंद्र सूर्यनी आडे आवतो देखाय छे। अने तेथी आ बधां स्थळे सूर्यग्रहण जुदा जुदा समये अने भिन्न भिन्न आकृतिवाळुं देखाय छे।

२. बंने ग्रहणना गणित विषे

पृथ्वी उपरनां बधां स्थळोअे चंद्रग्रहण अेक ज समये अने अेक सरखी ज आकृतिवाळुं देखावाना कारणे अनुं अेक ज गणित करवुं पडे छे। आ गणित पृथ्वी परनां बधां स्थळोने अेक सरखुं ज लागु पडे छे। सूर्यग्रहण माटे अेक गणित काममां नथी आवतुं। अने माटे तो दरेक स्थाननुं जुदुं जुदुं गणित करवुं पडे छे. अेक स्थळनुं गणित बीजा स्थळे काममां आवतुं नथी अे अेक मुश्केली छे अने चंद्रग्रहण करतां सूर्यग्रहणनुं गणित खूब लंबाण-पूर्वक करवुं पडे छे अे बीजी मुश्केली छे।

अेक वधु मुश्केली

केटलीक वार अमुक प्रदेश, प्रान्त के पृथ्वीना अमुक विस्तार परना अमुक स्थळे सूर्यग्रहण देखाशे के नहीं अने देखाशे तो क्यारे देखाशे व० जाणवानी जरूर पडे छे। आवा कोअी एकाद स्थळनुं सूर्यग्रहणगणित केम करवुं अे विषे अमारा खगोळगणित भा. ४ मां लखवामां आव्युं छे। सामान्य माणस माटे आ रीते गणित करवुं खूब लांबुं पडे तेम छे अेटलुं ज नहीं, पण अे रीते करेलुं गणित मात्र अेक ज स्थान पूरतुं होवाथी बीजा स्थान माटे आखुंये गणित फरी नवेसरथी करवुं पडे छे। कोअी पण स्थळनुं गणित कर्या पछी कदाच मालम पडे के ते स्थळे ग्रहण थवानुं ज नथी, तो बधी महेनत नकामी जाय छे। सामान्य रीते सूर्यग्रहण क्यां देखाशे अथवा क्यां नहीं देखाय तेनी खबर अमुक स्थळनुं गणित करती वखते अथवा ते स्थळनुं थोडुंक गणित कर्या पछीथी ज पडती होय छे। आम अनेक स्थळनुं गणित करीने सूर्यग्रहण विषेनी चोक्कस माहिती बहु ज थोडा समयमां अने सहेलाअीथी मेळववानी मुश्केली सौथी मोटी छे।

३ सूर्यग्रहणगणितनी अेक सहेली पद्धति

आ उपरथी समजाअी गयुं हशे के आपणने अेक अेवी पद्धतिनी जरूर छे के जेनी सहायथी आपणे अनेक स्थळोनुं गणित अेकी साथे करी शकीअे अटलुं ज नहीं, पण अेनी मददथी ग्रहण क्यां देखाशे अने क्यां नहीं देखाय, व० नी खबर पण आपणने ते स्थळनुं गणित करतां पहेलां ज पडी जाय।

आ पद्धति (जे विषे हवे पछीनां प्रकरणोमां विस्तारपूर्वक लखवामां आव्युं छे) आलेख (Graph) पद्धति छे। आ पद्धति प्रमाणे अमुक आलेख दोरवामां आवे छे अने पछी तेना अमुक भागोने आधारे अमुक चोक्कस तारण काढवामां आवे छे। आ तारणो उपरथी सूर्यग्रहण विषेनी घणीखरी हकीकतो आपी शकाय छे।

अेक वात अहीं स्पष्ट करी लेवानी जरूर छे। आलेखपद्धतिथी काढेला जवाब गणितनी रीते काढेला जवाब जेटला सूक्ष्म नथी होता। आ पद्धति (आलेखपद्धति) थी आवता स्पर्श, मोक्ष, व० ना समयोमां वैत्रण

मिनिट जेटली स्थूळता आवे छे। अनेक स्थळोनुं गणित अेकी साथे आ पद्धति प्रमाणे अत्यंत अल्प समयमां करी शकाय छे अेटलुं ज नहीं, पण आगळ कह्या मुजब ग्रहण क्यां देखाशे अने क्यां नहीं देखाय अथवा देखाशे तो क्यारे देखाशे, व० नी खबर आ लेखना नकशा अुपर नजर नाखवाथी तरत ज पडी जाय छे। आ दृष्टिथी जोतां बेत्रण मिनिटनी स्थूळता (आ पद्धतिनी खूब सरळताना हिसाबे) कंई मोटो दोष न लेखाय। अनेक स्थळोनुं गणित अेकी साथे, सरळताथी अने थोडा समयमां शुद्ध गाणितिक रीते करवुं अघरुं तो शुं, पण लगभग अशक्य जेवुं छे। आ रीते सरखावतां आलेख पद्धतिनुं आलंबन ओछुं श्रमदायी होवा अुपरांत वधु सरळता बक्षतुं अने खप पूरती योग्य चोकसाअीवाळुं लागशे।

४. चित्र समजण चित्र १ (क)मां सूर्य, चंद्र अने पृथ्वीनां ग्रहण समयनां स्थान दर्शाव्यां छे। चंद्रनी शंकु आकारनी छाया, पृथ्वी १ वाळे स्थाने होय त्यारे, अ नामना स्थळनी आजुबाजु पडे छे। आ स्थळे चंद्र आडे आववाथी सूर्य बिलकुल नहीं देखाय अने ग्रहण खग्रास थशे। क अने का वाळे स्थळे सूर्य चंद्रथी आखो ढंकाअी गयेलो देखाशे नहीं अने त्यांनुं ग्रहण खंडग्रास थशे। पृथ्वी २ वाळे स्थळे हशे त्यारे आ वाळे स्थळे खग्रास ग्रहण न देखातां कंकणाकृति ग्रहण देखाशे अने क अने का वाळा स्थळे खंडग्रास देखाशे.

आपणो आ ग्रन्थ करणग्रन्थ होवाथी ग्रहण शाथी कंकणाकृति देखाय छे, व० नी वीगतमां अहीं अुतरता नथी। जिज्ञासुअे आ विषे सामान्य खगोळ–विज्ञाननी चोपडीमांथी वांची लेवुं।

५. आ आलेखपद्धति जे भूमिकाना आधारे रचाअी छे तेनी सामान्य माहिती पद्धतिनो अुपयोग करनारने रसमय लागशे अे दृष्टिअे नीचे आपवामां आवी छे।

६. अवलंबित भूमिका अ. आ पद्धति प्रमाणे ग्रहण समये, दर्शक (ग्रहण जोनार माणस) चंद्र अुपर बेठो बेठो पृथ्वी तरफ जुअे छे अेम कल्पवामां आव्युं छे।

आ. सूर्यकेन्द्र अने चन्द्रकेन्द्रने जोडनारी सीधी लीटीने 'चंद्रछायाधरी' कहेवामां आवे छे।

अि. चंद्रछायाधरीने बराबर काटखुणे (लंबरूपे) आवेला अने पृथ्वीना केन्द्रमां थअी पसार थता वर्तुळ-पटने प्रधानपट कहेवामां आवे छे।

अी. प्रधानपट अने पृथ्वीनुं विषुववृत्तपट अेकबीजाने सीधी रेखामां छेदे छे। आ रेखाने प्रधानरेषा कहे छे।

अु. चंद्र अुपरथी जोतां प्रधानरेषाने पूर्व दिशामां धनरूपे जती कल्पी छे।

अू. आ प्रधानरेषा आपणी पद्धतिनी क्ष–अक्ष छे अने तेनी अुपर आवेलुं भूकेन्द्र पद्धतिनुं अुद्गम छे।

अे. य–अक्ष क्ष–अक्षने लंबरूपे आवेली छे अने अने अुत्तर तरफ धनरूपे जती कल्पी छे।

अै. आ अक्षना मापसाधन अर्थे पृथ्वीनी विषुववृत्तीय त्रिज्याने मानदंड (गज) ना अेकम तरीके स्वीकारी छे।

७. आलेख समजण आपणी आ गणित रचना माटे बे आलेखोनी जरूर पडे छे।

१. चंद्रनो पडछायो प्रधानपट उपर पडे छे. आ छाया वर्तुळाकारे होय छे। पडछायो जेम जेम सरकतो जाय, तेम तेम छायावर्तुळनुं मध्यबिंदु पण सरकतुं जाय छे। अेनुं स्थान समये समये बदलातुं रहे छे। आ मध्य-बिंदु पृथ्वी अुपर थअी जे रस्ते आगळ धपतुं रहे तेनो अमुक अमुक समयने अेनरे स्थान दर्शावतो अेक आलेख; अने

२. अमुक समये पृथ्वी अुपरनुं असुक स्थळ क्यां हशे अे दर्शावतो बीजो आलेख.

आ बंने आलेख अेक ज आलेखपट अुपर दोरवामां आवे छे। अने पछी तेमनी संयुक्त सहायथी ग्रहण विषेनी अन्य वीगतो शोधी काढवामां आवे छे।

आगळनां प्रकरणोमां आ विषे विस्तारपूर्वक लखवामां आव्युं छे। अे प्रकरणोमां जे पुस्तकोनो अुल्लेख आवे छे ते नीचे मूजब छे।

१. नाटिकल आल्मनाक
२. खगोळगणित भा. १ थी ४
(हरिहर भट्ट कृत)

गुणाकार, भागाकार, वगेरेनुं गणित लाघवांक (Logarithm) नी मददथी बहु सहेलुं थअी जाय छे, तेथी जेओ ते न जाणता होय तेओने माटे अमे ते परिशिष्टमां समजाव्युं छे (जुओ 'परिशिष्ट')।

प्रकरण २

केटलांक अुपकरणो

जे दिवसनुं गणित करवुं होय, ते दिवसनो अमान्तकाळ स्टान्डर्ड टाअीममां काढवो*। नाटिकल अल्मनाक, तिलक, केतकी, बापूदेवीय, वगेरे दृक्तुल्य पंचांग अुपरथी आ समय काढवो। अुपरनुं कोअी पंचांग अुपलब्ध न होय, तो छेवटे प्रचलित कोअी पण पंचांगनी मददथी अमान्तकाळ काढवो।

अमान्तकाळ काढया पछी ते दिवसनां ते समयनां (अमान्तकाळनां) नीचेनां अुपकरणो शोधी काढवां।

सूर्यदिनगति	चंद्रदिनगति
सूर्यबिंब (व्यास)	चंद्रबिंब (व्यास)
सूर्यक्रान्ति	चंद्रशार
अयनवलन	चंद्रपरमलंबन
वेलांतर (मिनिटमां)	विक्षेपवलन+

अुदाहरण

अि० स० १९३३ना आगस्टनी २१मी तारीखे थनारा सूर्यग्रहणनां अुपकरणो नोंधो।

प्रस्तुत सूर्यग्रहणनो अमान्तकाल स्टा. टा. क. ११, मि. १८ नो हतो।

* अमासना सूर्योदयना स्टा. टाअीममां अमासनां घडीपळनां कलाक मिनिट करी अुमेरवाथी अमान्तकाळ आवशे।

+ आ बधां अुपकरणो शोधवानी रीतो अमारा खगोळगणितमां क्यां क्यां आपी छे ते नीचे आप्युं छे।

अुपकरण	खगोळगणित भाग	पृष्ठ	लेखांक
१. सूर्यदिनगति	१	२७	३२
२. सूर्यबिंब	२	२४	१०
३. सूर्यक्रान्ति	२	२१	१५
४. अयनवलन	४	७७	५८
५. वेलांतर	२	११	४
६. चंद्रदिनगति	३	१४	११
७. चंद्रबिंब	३	१६	१३
८. चंद्रशार	३	१२	१०
९. चंद्रपरमलंबन	३	१६	१३
१०. विक्षेपवलन	४	४९	१८

स्टा. टा. क. ११, मि. १८ अे समये अुपरोक्त अुपकरणो नीचे मुजब हतां. (आ अुपकरणो अमे अहीं नाटिकल अल्मनाकमांथी लीधां छे).

जरूरी अुपकरणो

सूर्यदिनगति	५७' ५०"
सूर्यबिंब	३१' ४०".६
सूर्यक्रान्ति	+ १२° १६' २९"
अयनवलन	- १९° ३७' ५४"
वेलांतर	+ ३ मिनिट
चंद्रदिनगति	१२° ४२'
चंद्रबिंब	३०' ३०"
चंद्रशार	+ ०° ४' ५२"
चंद्रपरमलंबन	०° ५६'
विक्षेपवलन	- ५°

नोंधः—स्टा. टा. क. ११, मि. १८ ग्रीनिच टाअीम क. ५, मि. ४८ बराबर छे। नाटिकलमां ग्रीनिच समयना आंकडा आपेला होय छे। ग्रीनिच समय मेळववा आपणा स्टा. टा. मांथी साडा पांच (५½) कलाक बाद करवा।

विशेष अुपकरणो

अुपर जे अुपकरणो लख्यां छे तेमनी मददथी नीचे प्रमाणेनां विशेष अुपकरणो तैयार करवां।

अ. अयनवलन + विक्षेपवलन = स्फुटवलन

- १²° ३७' ५४" + (- ५°) = - २४° ३७' ५४"

आ. सूर्यबिंब + चंद्रबिंब = विरल छायाबिंब

३१' ४०".६ + ३०' ३०" = ६२' १०".६

अि. सूर्यबिंब - चंद्रबिंब = कंकण छायाबिंब+

३१' ४०".६ - ३०' ३०" = ६' १०".६

अी. १/२४ (चंद्रदिनगति - सूर्यदिनगति) = होरा गत्यंतर

१/२४ (१२° ४२' - ५७' ५०") = १/२४ (११° ४४' १०")

= २९' २०".५

+सूर्यबिंब चंद्रबिंब करतां मोटुं होय तो कंकणाकृति ग्रहण थाय अने नानुं होय तो खग्रास ग्रहण थाय। आम चंद्रबिंब—सूर्यबिंब = खग्रास छायाबिंब थशे।

आपणे साधेलां अुपरनां अपकरणो फरीथी नोंधीअ।

(अ) स्फुटवलन −२४° ३७' ५४" = −२४° ३७'·९

(आ) विरलछायाबिंब ६२' १०"·६ = ६२'·१७७

(अि) कंकणछायाबिंब १' १०"·६ = १'·१७७

(अी) होरागत्यंतर २९' २०"·५ = २९'·३४१

आपणे साधेलां बधांय अुपकरणोनां मान चापात्मक छे। अेमांनां केटलांकनां आपणे रेखात्मक मानमां जरूर छे। चापात्मक माननें रेखात्मक मानमां नीचे मुजब फेरवी शकाय छे।

चापात्मक मान ÷ परमलंबन = रेखात्मक मान

(अ). हवे आपणे केटलांक रेखात्मक मान शोधीअ.

रेखीय चंद्रशर = (४' ५२") ÷ (५६') = ·०८७

,, होरागत्यंतर = (२९'·३४१) ÷ (५६') = ·५२४

,, विरलछायार्ध = (६२'·१७७ / २) ÷ (५६')

= ·५५५ (ल)

,, कंकणछायार्ध = (१'·१७७ / २) ÷ (५६')

= ·०१०५ (ला)

,, भूबिंबार्ध = (५६) ÷ (५६') = १

नाटिकलनी सूक्ष्म पद्धतिअ ल ·५५६ अने ला ·०१०१ छे. आपणे मेळवेली ल (विरलछाया त्रिज्या) अने ला (कंकणछाया त्रिज्या) नॉटिकलने लगभग मळती आवे छे।

अै) आ हिसाबे स्टा. टा. क. ११, मि. १८ अ समये आपणी ल अने ला अनुक्रमे ·५५६ अने ·०१०५ छे.

प्रकरण ३

चंद्रछायाकेन्द्र आलेख

आ प्रकरणमां जे जे स्थळे सूर्यग्रहण देखावुं शक्य छे ते ते स्थळना क्ष अने य अवच्छेदको अने तेमनी होरागति गणी काढवानां छे।

रीत:—

प्रकरण बीजानुं (अ) वाळुं स्फुटवलन लो। स्फुटवलननी ज्या अने कोज्या शोधो।

आपणा दाखलामां स्फुटवलन २४° ३७'·९ छे।

२४° ३७'·९ नी ज्या ·४१६८ छे।

,, नी कोज्या ·९०९० छे।

हवे स्फुटवलननी संज्ञा (Sign) बदलो। आ व्यस्तस्फुटवलन कहेवाय छे। आपणा अुदाहरण मुजब स्फुटवलन −२४° ३७'·९ छे माटे व्यस्तस्फुटवलन + २४° ३७·९ छे.

आ हिसाबे स्फुटवलन ज्या = − ·४१६८ छे, पण व्यस्त स्फुटवलन ज्या = + ·४१६८ छे।

हवे आपणे केटलांक समीकरणो साधीअ।

(नोंध:—नीचेनां समीकरणोमां आपणे स्फुटवलन-कोज्या हंमेशां + (धन) लअीशुं)

जोअीतां समीकरणो

(क) रेखात्मकशर × व्यस्त स्फुटवलन ज्या = चंद्रछाया केन्द्रनो क्ष

·०८७ × ·४१६८ = ·०३६२६

(का) रेखात्मक होरागत्यंतर × स्फुटवलन कोज्या = क्ष नी होरागति

·५२४ × ·९०९ = ·४७६३

(कि) रेखीयशर × स्फुटवलन कोज्या = चंद्रछाया केन्द्रनो य

·०८७ × ·९०९ = ·०७९०८

(की) रेखीय होरागत्यंतर × स्फुटवलन ज्या = यनी होरागति

·५२४ × (− ·४१६८) = − ·२१८४

आ छेल्ला अुपकरणमां थोडो संस्कार करवो पडे छे। सूर्य अने राहुनी गतिने लीधे रेखीयशर दर कलाके थोडो घणो वधे घटे छे।

संस्कार नीचे मुजब करवो :—

विक्षेपवलनने स्फुटवलन कोज्याथी गुणो। आवेला गुणाकारने १००० थी भागो। जे आवे ते यनी होरागतिनो संस्कार।

अहीं

− ५ × ·९०९ ÷ १००० = − ·००४५४५, माटे संस्कारेली य होरागति

= − ·२१८४ + (− ·००४५)
= − ·२२२९
= − ·२२३ लओीशुं

आम स्टा. टा. क. ११ मि. १८ * अे समये चंद्रछायाकेन्द्रनां

क्ष = ·०३६२६
अने य = ·०७९०८ छे.
अने

क्षनी होरागति ·४७६३
यनी होरागति − ·२२३० छे.

आपणे हवे स्टा. टा. ८ थी १४ सुधी कलाक कलाकने अंतरे आवती आ क्ष अने य नोंधीअे।

प्रथम क्ष लअीअे।

क. ११ मि १८ समये क्ष = ·०३६ छे। माटे

क ११ अे १८·० × ·४७६३ जेटली = ·१४३ जेटली
              ६०

आछी हशे.

(क्षनी होरागति ·४७६३ छे माटे १८ मिनिटमां अे ·१४३ जेटली थश)

स्टा. टा. क. ११ अे क्ष = ·०३६ — ·१४३ = — ·१०७ छे.

नाटिकलनी सूक्ष्म क्ष क. ११ अे ·११०५ छे.

हवे १० वाग्यानी क्ष काढीअे।

११ वाग्यानी क्ष = — ·१०७ छे.

माटे १० वाग्यानी क्ष = — ·१०७ — ·४७६
= — ·५८३ थशे।

नाटिकलमां आ क्ष = — ·५८५३ आपेली छे. १२ वाग्यानी क्ष शोधीअे।

क ११, मि. १८ समये जे क्ष छे तेमां मि. ४२ जेटली क्ष अुमेरतां १२ वाग्यानी क्ष आवे। अथवा अुपरना दाखलामां क. ११ नी क्ष काढेली छे तेमां क्षनी होरागति अुमेरतां १२ वाग्यानी क्ष आवशे.

* जुओ प्रकरण २जानी शरूआत। शरूआतथी अत्यार सुधीनु बधुं गणित स्टा. टा. ११ क. १८ मि. नुं छे, तेथी अहीं आवेला क्ष अने य पण आ समयना ज छे।

१२ वाग्यानी क्ष + ·३६९ आवे छे।

नाटिकलमां अे + ·३६४३ आपेली छे।

आ प्रमाणे १३ वाग्यानी क्ष १२ वाग्यानी क्ष मां अेक क्ष-होरागति अुमेरवाथी आवे छे ज्यारे ९ वाग्यानी क्ष १० वाग्यानी क्ष मांथी अेक क्ष-होरागति बाद करवाथी आवे छे।

आपणा गणित माटे दर अर्धा कलाकनी होरागतिनी मददथी अर्धा अर्धा कलाकने अंतरेनी क्ष काढवी।

वधु सरळता माटे दस दस मिनिटने अंतरेनी क्ष काढवी ठीक पडशे।

× × ×

हवे य विषे।

क ११ मि. १८ नी य ·०७९० छे.
यनी होरागति — ·२२३० छे।

माटे स्टा. टा. ११ वागे य

= ·०७९० + $\frac{१८·० \times ·२२३}{६०}$ हशे।

= ·०७९० + ·०६६९
= ·१४६९
अेटले ·१४७ हशे।

नाटिकलमां ·१४९७ आपेली छे।

हवे १० वाग्यानी य = ·१४९७ + ·२२३
= ·३७२७ थशे।

ज्यारे १२ वाग्यानी य = ·१४९७ — ·२२३
= − ·०७३३ थशे।

आज प्रमाणे ९ अने १३ वाग्यानी य शोधी शकाय।

अभ्यासीने मददरूप थाय अे हेतुथी अुपरोक्त क्ष अने य (दर अर्धा कलाकने अंतरे) नाटिकलमांथी आपीअे छीअे।

नाटिकलनी क्ष अने य खूब ज सूक्ष्म होय छे। छतांय आपणी रीते शोधेली क्ष अने य आपणा गणित माटे पूरती रीते योग्य छे। पाठकने अमे आ बंने रीतनी क्ष अने य नी सरखामणी करी जोवा सूचवीअे छीअे। पाठक जोशे के तफावत बहुज नजीवो आवे छे।

स्टा. टा. क. मि.	क्ष	य
८—०	− १•३७६७	+ ०•७६२५
८−३०	− १•२९७६	+ ०•७२४२
९—०	− १•०६०२	+ ०•६०९४
९−३०	− ०•८२२७	+ ०•४९४६
१०—०	− ०•५८५३	+ ०•३७९७
१०−३०	− ०•३४७९	+ ०•२६४७
११—०	− ०•११०५	+ ०•१४९७
११−३०	+ ०•१२६९	+ ०•०३४७
१२—०	+ ०•३६४३	− ०•०८०३
१२−३०	+ ०•६०१७	− ०•१९५४
१—०	+ ०•८३९१	− ०•३१०५
१−३०	+ १•०७६४	− ०•४२५७
२—०	+ १•३१३७	− ०•५४०९

आ रीते दर दस दस मिनिटना अंतरेनी पण क्ष अने य नोंधी शकाय।

आ क्ष अने य नी मददथी आलेखपट अुपर अेक आलेख दोरवानो छे। आ आलेख केवी रीते दोरी शकाय छे अे विषे प्रकरण ५ मां कहेवामां आव्युं छे.

— —

प्रकरण ४

अक्षवृत्तनिष्ठबिंदुना अवच्छेदको

१. परमलंबननुं रेखीयमान १ छे. आ मानना हिसाबे अुत्तर अक्षांश ६ थीं ३६ सुधीना (बब्बे अक्षांशने अंतरे) कोअी पण अक्षांश अुपर आवेला बिंदुना जुदा जुदा समयना क्ष अवच्छेदको कोष्टक (६) मां आपवामां आव्या छे।

२. य अवच्छेदक नीचे प्रमाणे साधवामां आवे छे।

य = (अ × रविक्रान्ति कोज्या) − (ब × रविक्रान्ति ज्या)

अहीं अ = अक्षज्या

अने ब = अक्षकोज्या × नतकालकोण कोज्या केवानां छे।

हवे आपणुं अुदाहरण लअीअे।

ग्रहण मध्य समय (स्टा. टा. ११ क. १८ मि.) नी सूर्यक्रान्ति + १२° १६′ २९″ छे। आ सूर्यक्रान्तिनी ज्या अने कोज्या* काढो। हिसाबमां सरळता लाववा खातर अुपरनुं आखुंये समीकरण लाघवांक पद्धतिथी गणीशुं।

अ अने ब ना लाघवांक अमे कोष्टक (२) मां आप्यां छे। आपणा अुदाहरणवाळी सूर्यक्रान्तिनी ज्या अने कोज्याना लाघवांक नीचे मुजब छे।

लाज्या १२° १६′ २९″ = ९•३२७५

अने लाकोज्या १२° १६′ २९″ = ९•९९००× छे.

हवे कया समयनो य अवच्छेदक काढवो छे तेनो विचार करीअे। धारो के आपणे ३४ अक्षांशस्थित अेक बिंदुना नतकाळ १० वाग्याना य काडवा छे।

य = (अ × रविक्रान्तिकोज्या) − (ब × रविक्रान्ति ज्या)। कोष्टकमां जोतां अ नो लाघवांक ९•७४७६−१० छे। अने रविक्रान्ति कोज्यानो लाघवांक ९•९९००−१० छे।

∴ अ × रविक्रान्ति कोज्या अे ९•७४७६ − १० + ९•९९०० − १० = १९•७३७६ − २० नो प्रतिलाघवांक छे। अेटले के अहीं आपणे ९•७३७६ नो प्रतिलाघवांक शोधवानो छे। कोष्टकमांथी आ संख्या •५४६ आवे छे।

आ रीते आवेली संख्याने 'आद्य संख्या' कहो।

हवे ब × रविक्रान्ति ज्या शोधीअे।

कोष्टकमांथी नतकाळ १० वाग्याना बना लाघवांक ९•८५६१ − १० छे अने रविक्रान्तिज्याना लाघवांक ९•३२७५ − १० छे।

∴ ब × रविक्रान्तिज्या = ९•८५६१ − १० + ९•३२७५ − १० = १९•१८३६ − २० = •१८३६ − १ = ९•१८३६ नो प्रतिलाघवांक छे। आ संख्या •१५२ छे।

आ रीते मेळवेली संख्याने **पर संख्या** कहो।

हवे

य = (अ × रविक्रान्ति कोज्या) − (ब × रविक्रान्तिज्या) छे;

माटे य = (आद्य संख्या) − (पर संख्या) छे।

---

* क्ष = नतकालज्या × अक्षकोज्या

× आवा बधा हिसाबमां रविक्रान्तिनी लाकोज्या हंमेशां + (धन) रहे छे।

अहीं य = (.५४६) − (.१५३)

= .३९३

आम ३४ अक्षांशनी नतकाळ १० वाग्यानी य .३९३ छे।

आपणा गणितमां आ आद्यसंख्या हंमेशां + [धन] रहे छे। पर संख्यानी संज्ञा [Sign] रविक्रान्तिनी संज्ञाने अनुसरे छे। रविक्रान्ति + होय तो पर संख्या + रहे छे अने − होय त्यारे ते − रहे छे। आपणा अुदाहरणमां रविक्रांन्ति + छे माटे पर संख्या पण + गणवामां आवी छे।

अेक बीजुं अुदाहरण लअीअे।

अुदाहरणः—२६ अक्षांशनी नतकाळ १३ वाग्यानी य काढो। रविक्रान्ति १२° १६′ २९″ लो।

य = आद्य संख्या − पर संख्या

आद्य संख्या = (अनो लाघवांक + रविक्रान्ति लाकोज्या)नो प्रतिलाघवांक.

= (९.६४१८ − १० + ९.९९०० − १०)नो प्रतिलाघवांक.

= (१९.६३१८−२०)नो प्रतिलाघवांक

= (.६३१८−१)नो प्रतिलाघवांक.

= .४२८

पर संख्या = (बनो लाघवांक × रविक्रान्ति लाज्या) नो प्रतिलाघवांक

= (९.९३८६ − १० + ९.३२७५ − १०)नो प्रतिलाघवांक

= (१९.२६६१ − २०)नो प्रतिलाघवांक

= .२६६१ − १ ,,

= .१८५

अने य = (.४२८) − (.१८५)

= .२४३ आवे छे।

नीचेना अेक अुदाहरणमां ३६ अक्षांशस्थितबिंदुनी जुदा जुदा समयनी य काढी बतावी छे।

३६ अक्षांशना अनो लाघवांक ९.७६९२−१० छे।

रविक्रान्ति लाकोज्या ९.९९००−१० छे।

अने रविक्रान्ति लाज्या ९.३२७५−१० छे।

∴ आद्य संख्या = ९.७६९२−१० + ९.९९००−१०

= १९.७५९२−२० = .७५९२−१

नो प्रतिलाघवांक छे.

= .५७४

हवे जुदा जुदा समयनी पर संख्या

नतकाळ	८ वागे १६ वागे	९ वागे १५ वागे	१० वागे १४ वागे	११ वागे १३ वागे
बना लाघवांक	९.६०७०−१०	९.७५७५−१०	९.८४५५−१०	९.८९२९−१०
र. का. लाज्या	९.३२७५−१०	९.३२७५−१०	९.३२७५−१०	९.३२७५−१०
{ ब × र. क्रा. ज्या = पर संख्या	१८.९३४५−२० नो प्रतिलाघवांक .०८६	१९.०८५०−२० नो प्रतिलाघवांक .१२२	१९.१७३०−२० नो प्रतिलाघवांक .१४९	१९.२२०४−२० नो प्रतिलाघवांक .१६६
आद्य−पर = य	.४८८	.४५२	.४२५	.४०८

आ प्रमाणे दरेक अक्षांशनी नतकाळ ५ थी १९ वाग्या सुधीनी य काढी शकाय छे।

नीचे आपणा अुदाहरणवाळा ग्रहणगणितना आलेख माटेनी क्ष अने य अवच्छेदको आप्या छे।

अक्षवृत्त	८ वागे		९ वागे		१० वागे		११ वागे		१२ वागे	
	क्ष –	य	क्ष –	य	क्ष –	य	क्ष –	य	क्ष –	य
३६	·७०१	·८८८	·५७२	·४५२	·४०५	·४२५	·२०९	·४०८	×	·४०२
३४	·७१८	·४५८	·५८६	·४२१	·४१५	·३९३	·२१५	·३७६	×	·३७०
३२	·७३४	·४२८	·६००	·३९१	·४२४	·३६२	·२१९	·३४४	×	·३३८
३०	·७५०	·३९७	·६१२	·३५९	·४३३	·३३०	·२२४	·३११	×	·३०५
२८	·७६५	·३६५	·६२४	·३२६	·४४१	·२९७	·२२९	·२७८	×	·२७१
२६	·७७८	·३३२	·६३६	·२९३	·४४९	·२६३	·२३३	·२४३	×	·२३७
२४	·७९१	·३००	·६४६	·२६०	·४५७	·२२९	·२३६	·२०९	×	·२०३
२२	·८०३	·२६७	·६५६	·२२७	·४६४	·१९५	·२४०	·१७६	×	·१६९
२०	·८१४	·२३४	·६६५	·१९३	·४७०	·१६१	·२४३	·१४१	×	·१३४
१८	·८२४	·२०१	·६७३	·१५९	·४७६	·१२७	·२४६	·१०७	×	·१००
१६	·८३२	·१६७	·६८०	·१२५	·४८१	·०९२	·२४	·०७२	×	·०६५
१४	·८४०	·१३३	·६८६	.०९०	·४८५	·०५७	·२५१	·०३७	×	·०३०
१२	·८४७	·०९९	.६९२	·०५६	·४८९	·०२३	·२५३	·००२	×	—·००५
१०	·८५३	·०६५	.६९६	.०२२	·४९२	—·०११	·२५५	—·०३२	×	—·०३९
८	·८५७	.०३१	.७००	—·०१३	·४९५	—·०४६	·२५६	—·०६७	×	—·०७४
६	·८६१	—·००४	·७०३	—·०४७	·४९७	—·०८१	·२५७	—·१०२	×	—·१ ९
	क्ष +	य	क्ष +	य	क्ष +	य	क्ष +	य	क्ष	य
	१६	वागे	१५	वागे	१४	वागे	१३	वागे	१२	वागे

आ कोष्ठकमां १२ वाग्या पहेलांनी क्ष – छे अने १२ वाग्या पछीनी क्ष + छे। य मां कशो फेर पडतो नथी।

आ क्ष अने यनी मददथी अेक आलेख दोरवामां आवे छे। आ आलेख विषे प्रकरण ५ मां विस्तारथी समजाववामां आव्युं छे.

प्रकरण ५

आलेख लेखन

प्रकरण १ ना लेखांक ७ मां कह्या मुजब आपणने बे आलेखोनी जरूर पडे छे।

१. चंद्रछाया मध्यबिंदु (चंद्रछायाकेन्द्र) नो आलेख अने २. अिष्ट समये अिष्ट स्थळ दर्शावतो आलेख।

२. पहेला आलेखना क्ष अने य अवच्छेदको विषे प्रकरण ३ मां लखवामां आव्युं छे। प्रस्तुत ग्रहण माटेनी आ क्ष अने य पृ. उपर आपवामां आवी छे।

३. बीजा आलेख विषे प्रकरण ४ मां लखवामां

आव्युं छे। आपणे लीधेला ग्रहणगणितना अुदाहरणनी क्ष अने य पृ. अुपर आपवामां आवी छे।

४. हवे आपणे आ बंने आलेखोने समावतो अेक आलेख दोरीअे।

आ आलेख दोरवा माटे ग्राफपेपरनी जरूर पडशे। अेक अिंचना दस विभागवाळो ग्राफपेपर वधु अनुकूळ छे। आवो अेक पूरती लंबाअी पहोळाअीवाळो जरा मजबूत (कारण के पाछळथी जल्दी तूटी फाटी न जाय माटे] ग्राफपेपर पसंद करवो। अने केटलो लांबो अथवा पहोळो राखवो अे आलेख दोरनार अुपर अवलंबे छे। गणवामां आवता ग्रहणगणितना आलेखोमां क्ष अने य समावी शके अेटलो तो ते होवोज जोअीअे! (अहीं क्ष अने य सामान्यतः बहुज नाना होय छे। अेमने प्रमाणसर नोंध- वाना होय छे। दा. त. आलेख १ मां ८ वाग्याना क्ष — १. ३७६१ अने य + . ५३२५ छे. आने केवी रीते नोंधाय छे!)

जे रीते अमे आ क्ष अने य नोंधी छे ते विषे स्पष्टीअे छीअे। वाचक पोतानी रीते अेने नोंधी शके छे। अमारी रीत आपवानो हेतु नवा आलेखकने आलेख पद्धतिनी रीत ज बताववानो छे।

पहेलो आलेखः—

आपणे आलेख माटेना क्ष अने य तपासतां जणाय छे के अेमांनी कोअी संख्या १·४ करतां [पछी ते–१·४ होय अथवा + १.४ होय] वधु मोटी नथी। [जुओ पृ. ६.] हवे क्ष या य ना अेक अेकमनो बराबर १ अिंच कल्पीअे तो आपणो आखोये आलेख मात्र ३ अिंच (!) जेटलीज जगामां समाअी जाय। पण हिसाब गणवा माटे, सूक्ष्म माप माटे, तेम ज आलेख दोरवा माटे पण आ प्रमाण बहु ज नानुं पडे अने तेथी नकामुं पडे। आने बदले आपणे क्ष अथवा य ना अेक अेकम बराबर १० या २० या १०० अिंच कल्पीअे तो आलेख सरस रीते दोरी शाय। अमे करेला आलेख चित्रमां अेकमनुं कद १० अिंचनुं राख्युं छे. आ हिसाबे अमारे नीचे मूजबनां बिंदु नोंधवानां थयां हतां।

स्टा. टा.	क्ष माटे	य माटे
८ — ०	— १३ . ७६१	+ ७ . ६२५
८ — ३०	— १२ . ९७६	+ ७ . २४२
९ — ०	— १० . ६०२	+ ६ ०९४

पाठक जोअी शकशे के आपणे आ माटे ओछामां ओछो २७ अिंच लांबो अने १३ अिंच पहोळो ग्राफ- पेपर जोअीशे। क्ष, य ना अेक अेकम बरावर २० अिंचनुं माप राख्युं होय तो ग्राफपेपर ५५ अिंच लांबो अने २६ अिंच पहोळो जोअीशे, पण अेक अेकम बराबर १०० अिंचनुं माप लीधुं होय तो!

आम कोअी पण पाठक पोताना ग्राफपेपर माटे माप पसंद करी शके छे। माप जेटलुं मोटुं लअी शकाय तेटलुं लेवुं। अेम करवाथी बधा हिसाब सरस रीते अने वधु सरळताथी गणी शकाशे।

पसंद करेला ग्राफपेपर अुपर बीजो आलेख पण दोरवानो छे, अेटले अेनी लंबाअी अने पहोळाअी पण अेना हिसाबे जोवी जोअीअे। वाचक जोअी शकशे के बीजा आलेख माटे ग्राफपेपरनी लंबाअी १० अिंच अने पहो- ळाअी ५ अिंच जेटली जोअीशे। आ बंने बाबतोनो सामान्य विचार करीने ग्राफपेपरनी लंबाअी पहोळाअी अंदाजवी। (पाठक जोशे के पहोळाअी ५ अिंच लख वानुं कारण बीजा आलेखमां य घणीखरी + संज्ञा वाळी छे: — संज्ञा बाळी बहु ज कम छे। अेटले नोंधवानी य खास करीने + होवाथी ग्राफपेपरनी पहोळाअीनो अंदाज ५ अिंच लख्यो छे।)

अहीं अमे सामान्य ग्राफ पद्धतिथी अमारा पाठक परिचित छे अेम कल्पी लअीअे। ग्राफ पद्धति विषे मेट्रिक परीक्षा माटेनां बीजगणितनां पुस्तकमां खूब सर- ळताथी समजावेलुं होय छे। जिज्ञासुअे अे विषे वांची लेवुं या कोअीनी मददथी समजी लेवुं।)

आलेखनः—

पहेलां पसंद करेला ग्राफपेपरने सपाट तक्ता(पाटियुं) या पाटी अुपर पिन अथवा गुंदरनी सहायथी, करचली न पडे तेवी रीते आखो पाथरी दो। पछी ग्राफपेपर अुपर क्ष-अक्ष अने य–अक्ष दोरो। (जुओ चि. अं १)

चित्र अंक १

क्ष अने य अक्ष क्यां दोरवी अे विषे आलेख दोरनारे समजी विचारी लेवुं ।

क्ष अक्ष अने य—अक्ष दोर्या पछी पृ. ९ अुपर आपेलां बिंदु नोंधो । दा त स्टा टा. ८ वाग्यानी चंद्रछायामध्यबिंदु माटेना आलेखनां क्ष — ११.७६७ अने य + ७.६२५ छे । आलेखमां आ बिंदुनुं स्थान अ आगळ हशे । आ ज प्रमाणे स्टा टा. १०–३०वाळा बिंदुनुं स्थान आ आगळ हशे । (जुओ चि. अं २)

चित्र अं. २

आ ज प्रमाणे बधा समयनां बिंदु नोंधी शकाशे । बधां बिंदुनां स्थान नक्की थतां अने पछी तेमने बधांने अेक पछी अेक जोडतां नीचे प्रमाणेनी आकृति बनशे । (जुओ चित्र अं. ३)

चित्र अं. ३

चित्र ३ मां आ रीते आवेली चन्द्रविरल छाया केन्द्र मार्ग रेखा अुपर जुदे जुदे अंतरे जुदां जुदां बिन्दुओना समय स्टा. टा. मां नोंध्या छे । आ बधां बिन्दुओ पृ. ९ अुपर अर्धा अर्धा कलाकने अंतरे लीधेली क्ष अने य वाळां बिन्दुओ छे ।

चन्द्रछाया विरल मार्गनो आलेख दोर्या पछी बीजा आलेख दोरवा तरफ वळीअे । बीजा आलेख माटे जरूरी क्ष अने य अक्षांशवार तेमज समयवार पृ. ८ अुपर आपेली छे.

थोडांअेक अुदाहरण लईअे ।

धारो के आपणे ३६ अंशस्थित बिंदुना जुदा जुदा समयनी स्थिति नोंधवी छे ।

नतकाळ ८ वागे आ बिंदुनी क्ष अने य आपणा विस्तारेला माप हिसाबे – ७.०१ अने + ४.८८ छे । अेने नोंधो । अे ज प्रमाणे नतकाळ ९ वागे १० वागे, ११, १२, १३, १४ व. वागे आ बिन्दुनी स्थिति नोंधो । आ बिन्दुनी स्थिति जुदे जुदे समये नीचे बतावेला चित्र मुजब हशे ।

चित्र अं. ४

चित्रमां आ बधां बिन्दुओने सांधवामां आव्यां छे ।

आ ज प्रमाणे बीजां अक्षांशवृत्तो अुपर आवेलां बिंदुओनी स्थिति आलेखी शकाशे ।

बधां अक्षांशवृत्तोवाळां बिन्दुओनी स्थितिओनी आ रीते नोंध कर्या पछी आलेखपत्र कंइक आवा रूपनो थाय छे (जुओ चि. अं. ५)

चि अं. ५

चित्र अं. ५ मां दरेक अक्षवृत्तना नतकाळ ७, ८, व० समयवाळां बिंदुओने सांधवामां आव्यां छे । आ रीते सांधतां अुभी वक्ररेखानो दोराई छे ।

आ बीजो आलेख जरा श्रमसाध्य छे खरो, पण दुःखदायक नथी ज । अेकाद बे अक्षवृत्त दोर्या पछी खूब सरळताथी बाकीनां वृत्त दोरी, आखुंये काम सरळताथी आटोपी शकाशे ।

आम बंने आलेखो दोराई रहेतां नीचे प्रमाणेनी आकृति आवशे । (जुओ चि. अं. १)

अक्षवृत्तनुं आलेखन सीधी रेखामां नथी होतुं । ते वक्राकार होय छे. आ वक्ररेखाओ दोरवा माटे वांसनी पातळी पट्टी या वळी शके तेवा कडक वाळानी सहाय लई शकाय छे. आ वक्ररेखाओ जेटली सरस दोराशे तेटलुं परिणाम सुंदर आवशे ।

वाचक आ आलेखना समयोनी खास नोंध ले । पहेला आलेखना समयो स्टा. टा. मां छे, ज्यारे बीजा आलेखना समयो स्थानिक समयमां छे ।

स्थानिक काळनी समजूती नीचे मुजब छे ।

स्थानिक काळ = नतकाळ + अथवा — वेलांतर*

वाचक जोशे के आपणा ग्रहणगणितना दिवसे वेलांतर संस्कार + ३ मिनिटनो होवाथी लेखमां नोंधेलो स्थानिक काळ क. ७ मि. ३, क. ८ मि. ३, व. छे ।

आ रीते आलेख तैयार थई गया पछी अेने केवी रीते वांचवो (Interprete करवो) अे विषे आगळना प्रकरणोमां लखवामां आव्युं छे।

---

* वेलांतर संस्कार माटे जुओ पृ. ११, खगोळगणित भा. २ (श्री हरिहर भट्ट कृत), लेखांक ४।

प्रकरण ६

आलेख अने छाया-त्रिज्या

१ बीजा प्रकरणना (अे) अुपकरण मुजब आपणा ग्रहणगणितनी विरल छायात्रिज्या. ५.५६ अने कंकण-छायात्रिज्या ·०१०१ छे.

२. आपणा विकसावेला माप मुजब आ त्रिज्याओ अनुक्रमे ५.५६ अिंच अने ·१०१ अिंचनी लेवाशे ।

३. विरल-छाया-त्रिज्याः—

कंपासनी अणी अने पेन्सिलनी अणी वच्चे ५.५६ अिंचनुं अंतर लो । आ अंतर विकसावेली विरल छाया त्रिज्या छे । पछी कंपासनी अणीने चंद्रछाया मध्यबिंदु मार्ग अुपर आवेला प्रथम बिंदु अुपर मूको । अने आलेखायेलां अक्षवृत्तोने कापतुं अेक वर्तुळ दोरो । आम बीजां बिन्दुओ लअी थोडां वधु वर्तुळो दोरो । (जुओ चि. अं. ७)

वाचक जोशे के अमे पहेलुं वर्तुळ स्टा टा क. ८ मि. ४० नुं दोर्युं छे अने पछी दस दस मिनिटने अंतरे वर्तुळो दोर्यां छे । क. ८ मि. ४० अने क ९. वच्चे दस दस मिनिटना अंतरवाळां बे बिन्दु सहेलाअीथी गणी नोंधी शकाय छे । आ ज प्रमाणे अमे क. ९, ९-१०, ९-२०, ९-३०, ९-४०, ९-५०, १०-०, १०.१०, व० मध्यबिंदुओथी वर्तुळो दोर्यां छे । अेक वर्तुळ दोराअी जाय के तरत तेनी अुपर अे क्या स्टा टा. नुं वर्तुळ छे अे नोंधी लेवुं जोअीअे । नहींतर अेकबीजाने छेदतां वर्तुळोमां समयनी भूल पडशे ।

४ हवे प्रश्न थशे के आ वर्तुळ क ८ मि ४० पहेलां पण दोराय के नहीं? अने आवां वर्तुळ क्यां सुधी दोरवां जवां?

क. ८-मि. ४० पहेलांनुं वर्तुळ पण दोरी शकाय छे। ओछामां ओछी क्या वर्तुळथी शरूआत करवी जोअीअे अे विषे कशो खास नियम न आपी शकाय। आ माटे थोडुं गणित करवुं पडे छे । आ ज गणितनी मददथी आवां वर्तुळ क्यां सुधी दोरवां जवां अेनो पण खुलासो मळे छे।

५ अेक वर्तुळ लअी समजवा प्रयत्न करीअे । (जुओ चि. अं. ७ अने ८)

चि. सं ७

धारो के आपणे क. ८ मि ४० (स्टा. टा.) नुं वर्तुळ दोर्युं छे। हवे प्रश्न अे छे के आनी पहेलांना समयनुं कोअी वर्तुळ दोरवुं पडशे के केम?

आ लेखमां आ वर्तुळ (८-४० वाळुं) अक्षवृत्तोने कवी रीते कापे छे ते जुओ । क ८ मि ४०नुं वर्तुळ ३६ अक्षवृत्तने स्थानिक काळ लगभग क. ८ मि. ३ नजीक ३४ अक्षवृत्तने ८-३ पछीना समये अने २८ ना अक्षवृत्तने लगभग पाछुं स्था. का ८-३ नजीक कापीने बीजां अक्षवृत्तोने स्था समय ८-३ पहेलांना समये छेदतुं पसार थअी जाय छे ।

आ छेदन कार्यने जरा विस्तारथी समजावीअे । ३६ अक्षवृत्तनो स्था. का. ८-३ थी ९-३ सुधीनो वक्र रेखावाळो भाग अेक कलाक सूचवे छे। ते ज प्रमाणे बीजां अक्षवृत्तोना ते ते भाग १ कलाक सूचवे छे। हवे तपास करो के स्टा टा. ८-४०नुं वर्तुळ ३६ अक्षवृत्तने बराबर केटला स्थानिक वागे कापे छे । छेदनबिंदु बराबर ८-३ आगळ नथी । (जुओ चि. अं ७). ३४ अक्षवृत्त अुपरनुं आ छेदनबिन्दु ८-३ करतां तो वधु स्पष्ट छे । आ समयोनी गणतरी कवी रीते करवी?

स्था ८-३ थी स्था ९-३ सुधीनी वक्ररेखाना हिसाबे, ८-३ वाळा बिन्दुथी पेला छेदनबिंदु सुधीनो विभाग केटली मिनिटनो थशे अे शोधवुं छे । हवे ३४ अक्षवृत्त लअीअे । आनी अुपरनुं स्टा टा. ८ ४० ना वर्तुळनुं छेदनबिंदु ब छे अे बिंदु स्था ८-३ वागे ३४ अक्षवृत्त अुपर आवेलुं छे। अेटले हवे आपणे अब विभाग केटली मिनिटनो थशे ते गणवानुं छे । आगळ कह्या मुजब स्था ८-३ अने ९-३ वच्चेनो ३४ अक्षवृत्त अुपरनो अ क विभाग ६० मिनिटनो छे । अ क विभागने हिसाबे अ ब विभाग केटली मिनिटनो थाय? अ क अने अ बनां माप लअी त्रिराशी मूकतां अ ब बराबर ३·७ मिनिटनुं अंतर आवे छे । आ अंतर ३२ अक्षवृत्त अुपर ४ मिनिटनुं छे, त्यारे २८ अक्षवृत्त पर

लगभग १ मिनिटनुं छे (जुओ चि. अ. ७)

आ हिसाबे क. ८–४० (स्टा टा.) वर्तुळ ३६ अक्षवृत्तने स्था. क. ८–४ ५, ३४°ने स्था. क. ८–६.७ ३२°ने स्था. क ८–७ वागे छेदे छे ।

आ ज हिसाबे क. ८–५० (स्टा. टा) वर्तुळ ३६°, ३४°, ३२° वृत्तोने अनुक्रमे स्था. क. ८–४३, ८–४४.८ अने ८–४५.३ वागे छेदे छे ।

आ ज प्रमाणे कोअी पण वर्तुळना कोअी पण अक्षवृत्त साथेना छेदन बिंदुना स्थानिक समय काढी शकाय ।

पाठक पूछशे, ' पण आ गणवुं केवी रीते ? ' आनी रीत तो अमे अुपर बतावी दीधी छे । अेने साध्य करवानो अेक सहेलो नुसखो नीचे आपीअे छीअे ।

खीसाना कंपासनुं खुणामापक यंत्र लेवुं । अेना ०° ने ८–३ आगळ मूकी पछी वक्रधार अुपर ९–३ केटलामा अंश आगळ आवे छे ते जाणवुं । अेम लीधेला अुदाहरणमां आ अंतरो नीचे मुजब हतां ।

वृत्त	अंतर ८–३ थी ९–३	अंतर ९–३ थी १०–३
३६°	४२	५३
३४°	४३	५४
३२°	४४	५५
३०°	४५	५६
२८°	४६	५७
२६°	४६	५८
२४°	४७	५९

स्टा. टा ८–४० अने ८–५० वर्तुळोनां आ अक्षवृत्तो साथेनां छेदन बिंदुओ अुपरना ज मापे नीचे मुजब स्था. ८–३ वाळा वर्तुळथी छेटां हतां ।

वृत्त	८–४० वर्तुळनुं छेदनबिंदुनुं स्था. ८–३ थी अंतर	८–५० वर्तुळना छेदनबिंदुनुं स्था. ८–३ थी अंतर
३६°	१	२८
३४°	५	३०
३०°	५	३०

आ हिसाबे स्टा. टा. ८–४० वर्तुळ ३६ अक्षवृत्तने स्था. का. ८–३ पछी $\frac{१}{४२}$ × ६० मिनिट जेटले अंतरे छेदे छे । ३४ अक्षवृत्तने स्था. का. ८–३ पछी $\frac{५}{४३}$ × ६० मिनिटने अंतरे, ३० अक्षवृत्तने $\frac{५}{४५}$ × ६० मिनिटने अंतरे छेदे छे । आ ज प्रमाणे ८–५० (स्टा. टा)वाळुं ३६ ने $\frac{२८}{४२}$ × ६० मिनिटने अंतरे अने ३०° ने $\frac{३०}{४५}$ × ६० मिनिटने अंतरे छेदे छे ।

मतलब के स्टा. टा. ८–५० वाळुं वर्तुळ ३६° ३४°, ३२° व० ने अनुक्रमे स्था. क. ८–४०.५, ८–६.७ अने ८–७ वागे छेदे छे । आ ज प्रमाणे बीजां बधां आवां वर्तुळोना अक्षवृत्तो साथेनां छेदनबिंदुओना स्था. का. नोंधी शकाय । अमे वाचकना संतोष खातर स्टा. टा. ९–२० ना वर्तुळना अक्षवृत्त छेदन बिंदुओना स्थानिक समय नीचे आपीअे छीअे ।

वृत्त	स्था. समय	वृत्त	स्था. समय
३६°	१०–१७.५	२०°	९–५९
३४°	१०–१८.५	१८°	९–५२.८
३२°	१०–१८	१६°	९–४३
३०°	१०–१६.६	१४°	९–३१.६
२८°	१०–१४.७	१२°	–२०.८
२६°	१०–११.८	१०°	९–६.२
२४°	१०–९	८°	८–४५.४
२३°	१०–६.४	६°	८–२०.६
२२°	१०–४.७		

आ स्थानिक समयो काढवानुं बराबर समजी लीधा पछी आगळ चालीअे ।

आपणा मूळ प्रश्नने लअीअे ।

प्रश्न हतो, ' स्टा. टा. ८–४० नुं वर्तुळ दोर्युं छे । अेनी पहेलांना वर्तुळनी जरूर पडशे खरी ? '

६. आ नक्की करवा माटे थोडुंक गणित करवुं पडे छे अेम आपणे कह्युं छे । आ गणित साव सरळ छे । अने ' रेखांश काढवानुं गणित ' अेवुं नाम आपीअे तो ठीक पडशे । आम आपणे लेखांक ५ अुपरथी आवेला स्टा. टा. ८–४० वर्तुळे आपेला छेदनबिंदुओना

स्था. समयो अुपरथी ते ते समयना रेखांश काढवाना छे। रीत नीचे आपी छे।

रीतः—

पसंद करेला अक्षवृत्तछेदनबिंदुना स्था. का. अने ते छेदनबिंदुमां थअी पसार थता वर्तुळना स्टा. टा नोंधो।

दा. त. ३४° अुपरना स्टा. टा. ८–४० वर्तुळे कापेला छेदनबिंदुनो स्था. का. क. ८–६·७ छे.

पछी आ बंने काळनो समय–बादबाकी करो। आपणा दाखलामां आ बादबाकी क. ८–४० – क. ८–६·७ = ३३·३ मिनिट आवे छे.

आ रीते आवेली मिनिटने चार वडे भागो। जे भागाकार आवे तेने रेखांश फरक कहो। स्थानिक काळ स्टा. टा. करतां आगळ होय तो आ रेखांशफरकने ८२·५ मां अुमेरो अने स्थानिक समय स्टा. टा करतां ओछो होय तो बाद करो।

आपणा दाखलामां स्था. समय स्टा. टा. करतां ओछो छे माटे ३३·३ ÷ ४ = ८·३२ रेखांशफरकने ८२·५ मांथी बाद करवा पडशे। बाद करतां ८२·५ – ८°·३२ = ७४·१८ रेखांश आव्या. *

आनो अर्थ अ थयो के स्टा. टा. ८–४० वाळुं वर्तुळ ३४° ने जे स्थळे छेदे छे ते स्थानना रेखांश ७४·१८ छे. मतलब के हिंदना नकशा अुपर ३४° अक्षांश अने ७४·१८ रेखांशवाळा स्थळे बराबर स्टा. टा. ८–४० वागे ग्रहणनो स्पर्श थशे।

आ प्रमाणे ३६, ३०, २६ अने २४ अक्षवृत्त अुपर ८–४० वागे अनुक्रमे ७३·६, ७४·२, ७१·९ अने ६९·६ रेखांश आगळ ग्रहण स्पर्श थशे।

आम आपणी पासे नीचे प्रमाणेनुं परिणाम आव्युं।

स्टा टा. ८–४० वागे जे स्थळोना अक्षांश अने रेखांश नीचे मुजब हशे त्यां ग्रहणनो स्पर्श थशे।

अक्षांश	रेखांश
३६	७३·६
३४	७४·२
३२	७४·३
३०	७४·२
२८	७३·६
२६	७१·९
२४	६९·६

* वधु अुदाहरणो माटे जुओ प्रकरण ७

हिन्दना नकशा अुपर अुपरोक्त अक्षांश रेखांशवाळां स्थानोने जोडती अेक रेखा दोरीअे, तो अे रेखा अुपर आवेलां बधां स्थळोअे सूर्यग्रहणस्पर्श स्टा. टा. ८–४० वागे थशे।

पाठक जोशे के ८–४० वाळुं वृत्त २४ अक्षांश अने ६९·६ रेखांशने स्पर्श करे छे। हिन्दनो नकशो जोतां मालम पडशे के हिंदना कोअी पण स्थळना ओछामां ओछा रेखांश ६२ छे। अने आ ६२ रेखांश माटे जोअीता अक्षांश ओछामां ओछा २४ थी ३६ छे। आनो अर्थ अे थयो के हजीये आपणे स्टा टा. ८–४० पहेलांनुं वर्तुळ दोरवुं पडशे। अेना अक्षांश रेखांश अुपरथी अेनी पहेलांना समयनुं वर्तुळ दोरवुं पडशे के केम अे नक्की करी शकाशे।

आपणा अुदाहरणमां स्टा. टा. ८–३० वर्तुळना अक्षांश रेखांशना अंक नीचे मुजब छे।

अक्षांश	रेखांश
३६	६१·५
३२	६३·१
२८	६२·८

अेटले आनी पहेलांना समयनुं वर्तुळ दोरवानी कशी ज जरूर नथी। (जुओ हिन्दनो सूर्यग्रहणनो नकशो)

७. आ ज प्रमाणे वधुमां वधु क्यां सुधी वर्तुळ दोरवां अे नक्की करी शकाय छे। स्टा. टा. ९–५०ना वर्तुळ माटेना अक्षांश रेखांशना आंकडा नीचे मुजब हता।

अक्षांश	रेखांश	अक्षांश	रेखांश
३६	१०७·६	३४	१०८·०
३२	१०७·८	३०	१०७·६
२८	१०७·३	२६	१०६·८
२४	१०६·१	२२	१०५·९
२०	१०४·३	१८	१०३·३
१६	१०१·७	१४	१००·१
१२	९८·३	१०	९५·९
८	९२·५	६	८९·५

विचारशील पाठक जोशे के आथी आगळना वर्तुळनी जरूर नथी।

अत्यार सुधी जे वर्तुळोनी वात करी अ बधां स्पर्श वर्तुळो हतां। बराबर आवी ज रीते मोक्ष वर्तुळ दोरी हिंदना नकशा अुपर मोक्ष रेखाओ दोरवानी छे।

८. कंकणत्रिज्या विषे प्रकरण ९ मां कहेवामां आव्युं छे।

प्रकरण ७

रेखांश काढवानां वधु अुदाहरणो

१ गया प्रकरणमां वर्णवेली रेखांश शोधनपद्धतिनां थोडांअेक अुदाहरण लअीअे। गया प्रकरणमां केटलांअेक अक्षांशनी अुपर स्टा. टा. ९-२० स्पर्श वर्तुळना स्थानिक समय आप्या छे। अेना रेखांश शोधी काढीअे।

२. ३२ अक्षांश लअीअे।

स्पर्शवर्तुळनो समय स्टा टा क. ९ मि. २० छे. छेदनबिंदुनो स्थानिक समय क. १० मि. १८ छे। स्थानिक समय स्टा. टा करतां आगळनो छे, माटे रेखांशफरक अुमेरवानो आवशे।

(क १० मि. १८) — (क. ९ मि. २०)
= ५८ मिनिट

५८ ÷ ४ = १४.५ रेखांशफरक

माटे ३२ अक्षांश अुपर ८२.५ + १४.५ = ९७ रेखांशवाळे स्थळे स्टा. टा. ९-२० वागे स्पर्श थशे।

३. अ. २० अक्षांश लअीअे।

अहीं समयफरक (क. ९-५९) - (क. ९-२०) = ३९ मिनिटनो छे। रेखांशफरक ३९ ÷ ४ = ९.७५ छे। आ रेखांशफरक अुमेरवानो छे माटे २० अक्षांश अुपर ८२.५ + ९.७५ = ९२.२५ रेखांश वाळे स्थळे स्टा. टा. ९-२० वागे स्पर्श थशे।

ब. ८ अक्षांश लअीअे।

अहीं समयफरक (-२०) - (८-४५.४) = ३४.६ मिनिटनो छे। तेथी रेखांशफरक ३४.६ ÷ ४ = ८.६५ छे। आ फरक बाद करवानो छे। अिच्छित रेखांश ८२.५ - ८.६५ = ७३.८५ आवशे।

४. हवे मोक्ष माटेनां थोडांअेक अुदाहरण लअीअे।

(अ) स्टा. टा. ११-४० मोक्षवृत्तना विभिन्न अक्षांशो माटेना स्थानिक समय नीचे मुजब छे।

३६	११ - १५.९
३२	११ - १.१
२८	१० - ५१.३
२४	१० - ४५
२०	१० - ४१.८
१६	१० - ३९.१

(ब) स्टा. टा. १२-१० मोक्ष वर्तुळ माटे विभिन्न अक्षांशो माटेना स्थानिक समय नीचे मुजब छे।

३४	१२ - ५६.७
३०	१२ - २६.१
२६	१२ - ७.१
२२	११ - ५४.३

(क) स्टा. टा १३ वागे थोडांअक आंकडा लअीअे।

१६	१३ - ५५.६
१२	१३ - ३५.८
८	१३ - २४.३

पहेलां (अ) अुदाहरणमांथी कोअी अेकाद बे अक्षांशना रेखांश शोधीअे।

३२ अक्षांश लअीअे।

मोक्ष समय स्टा. टा. ११-४० नो छे अने स्था. समय ११ १.१ छे माटे समयफरक ३८.९ मिनिटनो छे। रेखांश फरक ३८.९ ÷ ४ = ९.७२ छे। आ फरक बाद करवानो छे माटे आ समयना रेखांश ८२.५ - ९.७२ = ७२.७८ आवे छे।

२४ अक्षांश लअीअे।

समयफरक (११-४०) - (१०-४५) = ५५ मिनिट छे। रेखांशफरक १३.७५ छे। आ फरक बाद करवानो छे। आ समयना रेखांश ८२.५ - १३.७५ = ६८.७५ आवे छे।

(ब) मांथी अेक अुदाहरण लअीअे ।

२६ अक्षांश लअीअे ।

मोक्ष समय स्टा. टा १२–१० छे अने स्था. का. १२–७·१ छे । समयफरक २·९ मिनिटनो छे । रेखांश-फरक ·७२ छे । आ फरक बाद करवानो छे । अेटले साधित रेखांश ८२·५ – ·७२ = ८१·७८ आवे छे ।

आ ज प्रमाणे बीजां अुदाहरणोना रेखांश काढी शकाय ।

आम भिन्नभिन्न स्पर्शकाळ अथवा मोक्षकाळना अक्षांशरेखांश नीचे मुजब नोंधी शकाय ।

अक्षांश	रेखांश			
	९–१० स्पर्श	९-३० स्प०	११–४० मोक्ष	१२–१० मोक्ष
३६	९२·१	१०१·१	७६·५	१०१·८
३४	९२·७	१०१·३	७४·४	९४·२
३२	९२·५	१०१·५	७२·८	८९·९
३०	९२·०	१००·५	७१·७	८६·५
२८	९१·५	१००·१	७०·३	८७·९
२६	९०·८	९९·५	६९·७	८१·८
२४	८९·६	९८·६	६८·८	८०·१
२२	८७·२५	९७·६	६८·५	७८·६
२०	८६·८	९६·४	६८·०	७७·६
१८	८४·८	९५·१	६७·६	७६·७
१६	८२·६	९३·०	६७·३	७५·९
१४	७९ ६	९२·१	६७·२	७५·२
१२	७५·७५	८८·४	६७·४	७४·८
१०	७१·१	८५·०	६७·६	७४·४
८	६५·७५	७८·७५	६७·९	७४·१
६		७६·२	६८·३	

प्रकरण ८

स्पर्श अने मोक्षवृत्त

१. आ वृत्तो हिन्दुस्ताननां नकशा अुपर दोरवानां छे । आगळ प्रकरण ७ मां कह्या प्रमाणे भिन्न भिन्न स्पर्श अने मोक्ष वर्तुळाना भिन्न भिन्न अक्षांशोना रेखांश काढवा । जुओ प्रकरण ७ ने अंते आपेलां उदाहरण) । आपणे आ वृत्तो दस दस मिनिटना अंतरे लीधेलां छे । आ बधां भिन्न भिन्न वर्तुळोना अक्षांश रेखांश तैयार राखवा अने पछी अेक अेक पछी अेक वृत्तने हिंदना नकशा अुपर नोंधवुं । दा. त. स्टा. टा. ९–१० नुं स्पर्शवृत्त नोंधवुं छे । आ काम केवी रीते करवुं ?

प्रथम अेक सरस (चीकणा फाटे नहीं तेवा) कागळ अुपर हिंदनो अक्षांश रेखांशवाळो नकशो दोरवो । अेकांतरे अक्षांश रेखांशवाळो नकशो खूब मददगार थशे । पछी स्टा. टा. ९–१० स्पर्शवृत्त ३६ अक्षांशने कया रेखांशे छेदे छे ते जोवुं । अहीं आ रेखांश ९२·१ छे । अक्षांश ३६ अने रेखांश ९२·१ वाळुं स्थान नकशा अुपर नोंधो । ते ज प्रमाणे ३४ अक्षांशे आ ज स्पर्शवृत्त माटे ९२·७ रेखांश छे तो अे बिंदु नोंधो । आम बधां बिंदु नोंधी अे बधांने जोडती अेक रेखा दोरो ।

सामान्यतः आ वांकी लीटी होय छे । आ वक्र-लीटी अुपर आवेलां हिन्दनां बधां स्थळोअे सूर्यग्रहण-स्पर्श स्टा. टा. ९–१० वागे थशे ।

आ ज प्रमाणे बीजां बधां स्पर्श अने मोक्षवृत्तो दोरी शकाय । (जुओ स्पर्शमोक्षकाळनो हिन्दनो नकशो)

आ वृत्तो दोरती वखते कोअी कोअी वखत अेम लागशे के सळंग वक्ररेखामां बधां बिन्दुस्थान आवी नथी जतां । कोअी रेखानी अुपर तो कोअी नीचे रही जाय छे । बहु ज नजीवो फरक पडतो होय तो आवां अेकाद बे बिन्दु माटे सळंग रेखाने खोटो वळांक आपवानी जरूर नथी । अंतर वधु लागे तो समजवुं के गणतरीमां, बिंदु नोंधवामां अथवा रेखा दोरवामां क्यांक भूल थअी छे ।

स्पर्शवृत्तो अने मोक्षवृत्तो सहेलाअीथी ओळखी

शकाय ओ माटे ओमने जरा भिन्न रूप आपवुं। जेमके ओक सळंग रेखामां तो बीजुं तूटक रेखामां, अथवा ओक राता रंगमां तो बीजुं नीळा रंगनुं व०

दस दस मिनिटना अंतरोवाळां वृत्तो दोरी लीधा पछी आवां बे वृत्तोनी बराबर वच्चे ओक वधु वृत्त दोरी ५ मिनिटना अंतरवाळां वृत्त दोरी शकाय छे।

२. आ वृत्तोना ओुपयोगनां ओकाद बे ओुदाहरण लओीओे।

अ. आपणे गणेला ग्रहणगणितनां वृत्तोनो नकशो आप्यो छे तेमां जोओी मुंबओी, मद्रास, कलकत्ता अने दिल्हीमां ग्रहण शरू क्यारे थशे अने पुरूं क्यारे थशे ते कहो।

	स्पर्श	मोक्ष
मुंबओी	८–५०	११–५७
मद्रास	९–१३	१२–२७
कलकत्ता	९–१०	१२–३२
दिल्ही	८–४५	११–५५

ओुपरना बधा समय स्टा. टा. मां छे।

नॉटिकलमां आ आंकडा मुंबओी अने मद्रास माटे नीचे मूजब छे।

मुंबओी	८–५०	११ ५६
मद्रास	९–१४	१२–२७

आ ओुपरथी आपणे लगभग साचा छीओे ओम कही शकाय।

आज प्रमाणे बीजां शहेरोना स्पर्श अने मोक्ष नोंधी शकाय।

दा. त.

शहेर	स्टा. टा स्पर्श	स्टा. टा. मोक्ष
रंगुन	९–३५	१२–५९
करांची	८–३७·५	१०–३४
वर्धा	८–५५	१२––१२
अमदावाद	८–४४	११–५१·५

ब. आ ग्रहण बधे स्थळे हिंदमां देखाशे? वगेरे वगेरे।

स्पर्श अने मोक्षवृत्तो आखा हिंद ओुपर दोराओलां छे अेटले लगभग बधे स्थळे आ ग्रहण देखाशे। पण कोओी कोओीवार कोओी ग्रहणनी बाबतमां ओम पण बने खरूं के आ ग्रहण मात्र अमुक ज विभागमां देखाय। ओे समये नकशा ओुपर जे विभागमां स्पर्श अथवा मोक्ष वृत्त बिलकुल न होय त्यां सूर्यग्रहण मुद्दले नहीं देखाय ओम कही शकाय।

क. आ ग्रहण बधे सरखुं देखाशे? अने ओकसरखो समय रहेशे?

सूर्यग्रहण बधे स्थळे ओक सरखुं देखातुं नथी। कये स्थळे ओे केवडुं देखाशे ओेनी चर्चा प्रकरण १० अने ११ मां करी छे।

अमुक स्थळे ग्रहण केटलो समय चालशे ओे ओेना स्पर्श अने मोक्ष समयनी बादबाकी करवाथी जणाशे।

वाचक जोशे के मुंबओीमां आ ग्रहण क. ३ मि. ६ सुधी चाले छे ज्यारे मद्रासमां क. ३ मि. १३ चाले छे। आम ग्रहण बधा स्थळोओे ओक ज सरखो समय चालतुं नथी। करांची जेवा स्थळे तो आ ग्रहण पूरा बे कलाक पण चालवानुं नथी।

३. आ सिवाय बीजा केटलाक प्रश्नो छे जेवा के

१. ग्रहणनो मध्यकाळ केटलो छे?

२. ,, परमग्रास केटलो छे?

३. स्पर्श अने मोक्ष दिशा

आ बधा प्रश्नो विषे विस्तारपूर्वक प्रकरण १० मां लखवामां आव्युं छे।

४. कोओी कोओीवार ग्रहण अमुक स्थळे ग्रस्तोदय के ग्रस्तास्त देखाय छे, ओटले सूर्य घेरायेलो ओुगे छे अथवा घेरायेलो आथमे छे। आवे वखते ग्रस्तोदय अथवा ग्रस्तास्त ग्रहण जे स्थळोओे देखाशे ते स्थळोने पृथ्वीना के अमुक देशना नकशा पर बतावती लीटी दोरी शकाय। आ लीटीनी ओेक बाजुओे ग्रस्तोदय अथवा ग्रस्तात ग्रहण देखाशे अने तेनी बीजी बाजुओे स्पर्श के मोक्ष जोओी शकाशे। आनुं ओुदाहरण अमे परिशिष्टमां (ओुदाहरण २ जुं) आप्युं छे। तेमां ग्रस्तोदय देखावानां स्थळोनुं गणित अने ते स्थळोने हिंदुस्तानना नकशा पर बतावती लीटी दोरवानी पद्धति समजावी छे ते जुओ अने ते प्रमाणे हिंदुस्तानना नकशा पर ग्रस्तोदय ग्रहणनी लीटी दोरी छे ते पण जुओ।

प्रकरण ९

कंकण छाया त्रिज्या

१. प्रकरण २ लेखांक (अ) ना हिसाबे आपणे लीधेला अुदाहरणनी कंकण छाया त्रिज्या ०·०१०१ छे। आपणा विस्तारेला माप मूजब आ ·१०१ अिंचनी लेवानी छे।

२. अहीं आपणे आ ग्रहण हिंदमां कंकणाकृति देखाशे के नहीं अने देखाशे तो क्यां क्यां देखाशे अेनो विचार करीशुं।

प्रकरण ५ मां चित्र अं. ६ मां दर्शाव्या मुजब चन्द्रछायाकेन्द्रमार्ग अक्षवृत्तोने छेदे छे माटे हिंदमां कंकणग्रहण देखावुं शक्य छे। कंकणग्रहण केटला भागमां देखाशे अे शोधवा माटे नीचे प्रमाणेनी रीत अखत्यार करीशुं।

३. अ. प्रथम तो चन्द्रछाया केन्द्र मार्गवाळी रेखा अक्षवृत्तोने जे जे स्थळे छेदे छे ते बिंदुओना स्टा. टा. अने स्थानिक समय अुपरथी रेखांश नक्की करवा।

आ. त्यारबाद चन्द्रछाया मार्गने समांतर बंने बाजुअे बे रेखाओ कंकण छाया त्रिज्या जेटले अंतरे दोरवी। आ रेखाओ अक्षवृत्तोने जे जे बिंदुमां छेदे त्यांथी चन्द्रछायामार्ग अुपर लंब दोरवा। लंब दोर्या बाद अक्षवृत्तो अुपर आवेलां आ नवां (समांतर रेखाओ दोरवाथी बनेलां) बिंदुओना स्था. का. नोंधवा अने दरेक बिंदुमांथी दोरेला लंबना पाद (Foot) ना स्टा. टा. (कारण आ बिंदु चन्द्रछायामार्ग अुपर छे) अनुक्रमे नोंधवा।

अि. अने पछी आ स्था. का. अने स्टा. टा. नी सहायथी ते ते बिंदुना ते अक्षवृत्त माटेना रेखांश नक्की करवा।

४. लेखांक ३ अ मांथी मळेला रेखांश अने अक्षांशने आधारे हिन्दुस्ताननना नकशा अुपर अे रीते आवेला बधां स्थळोने जोडती अेक रेखा दोरी शकाशे। आ रेखा अुपर आवेला कोओी पण स्थळे कंकणग्रहण देखावुं शक्य छे। आने मध्यग्रहणरेखा कहीशुं।

३ अि मांथी आपणने बे रेखाओ मळशे। नकशा अुपर अेमने दोरतां अे बंने मध्यग्रहण रेखानी बंने बाजुअे दोराओी रहेशे। आ बंने रेखाओनी वच्चे आवेला कोओी पण स्थळे कंकणग्रहण देखावुं शक्य छे. अेनी बहार हरगीज नहीं। आ रेखाओने आपणे कंकण-हद रेखाओ कहीशुं तो चालशे।

५. हवे लेखांक ३ अने ४ वाळी रेखाओ दोरवा संबंधना अक्षांश रेखांश अुपरथी स्थान नक्की करवानां बेअेक अुदाहरण लओीअे।

६. आकृति ८ मां चन्द्रछायामार्ग ३०° ना अक्षवृत्तने जे बिंदुमां छेदे छे ते जुओ। अे छेदनबिंदुओवाळी आकृति चि. अं. ८ छे।

चन्द्रछायामार्ग अुपर अ बिंदु छे। आ हिसाबे अेनो स्टा. टा. क. १०–१० अने क. १०–२० वच्चे क्यांक छे। चित्र अं. १४ अुपरथी आ समय क. १०–११ छे अेम शोधी शकाशे।

अ बिंदु ३०° अुपर स्था. का. ९–३ अने १०–३ वच्चे आवेलुं छे अने अेना स्थानना हिसाबे अेनो स्था. का. क. ९–४०·५ आवे छे।

आ समयोना आधारे अ बिंदुना रेखांश ७८·९ आवे छे।

७. आज प्रमाणे २६ अक्षांश अुपरना छेदनबिंदुनो स्टा. टा. १०–३४·१ अने स्था. का. १०–३९ आवे छे।

आ बंने समयो अुपरथी २६ अक्षवृत्त अुपरना आ छेदनबिंदुवाळा स्थानना रेखांश ८३·७५ आवे छे।

८. आ ज रीते बधां अक्षवृत्तो अुपर आवेलां छेदनबिंदुओना रेखांश काढी अने नोंधी शकाय।

अेम शोधेला केटलाक रेखांश नीचे आपीअे छीअे।

अक्षवृत्त	स्टा. टा.	स्था. का.	रेखांश
३०	९–५६·६	८–५७·५	६७·७५
२८	१०–२२·५	१०–११·८	७९· ८
२०	११–४०	११–४२·७	९२· ४
१६	११–२२	१२–१९·५	९६· ५
१०	११–४७	१३ ५·४	१०२· १

९. हवे लेखांक ६ वाळा क अने का बिंदुओ विषे वात करी लअीअे।

चन्द्रछायामार्गने समांतरे बे रेखाओ दोरवामां आवी छे। आ पैकीनी नीचेनी रेखा अक्षवृत्तने क मां अने अुपरवाळी का मां छेदे छे। (अहीं चन्द्रछाया रेखा अने समांतर रेखा वच्चेनुं अंतर कंकणछाया त्रिज्यानुं छे अे याद राखवानुं छे।)

ककि अने काकी लंब छे। अेमनी लंबाअी कंकणछाया त्रिज्या जेटली छे।

क अने का बिंदु अक्षवृत्त अुपर छे। अेमना स्था. का. काढो। आकृतिने हिसाबे आ समयो ९-३१·८ अने ९-५७·२ आवे छे।

हवे कि अने की (जे चन्द्रछायावृत्त अुपर छे)-ना स्टा. टा. काढो। आपणा दाखलामां आ १०-३·१ अने १०-१४·६ आवे छे।

क अने कि ना स्था. का. अने स्टा. टा.नी मदद-थी रेखांश नक्की करो। अे ज मुजब का अने कीना समयो अुपरथी रेखांश नक्की करो।

आपणा अुदाहरणमां आ रेखांशो अनुक्रमे ७३·५ अने ७८·२ आवे छे।

आज प्रमाणे आवां बीजां अनेक छेदनबिंदुओना तेमना अक्षांशो माटेना रेखांश तैयार करी शकाय। आ बधा अक्षांश अने रेखांश अुपरथी विविध स्थान नक्की करी शकाय।

१०. अमे करेला गणितनां थोडां अुदाहरणो नीचे आपीअे छीअे।

अक्ष	नीचे	अुपर
२६	८१·७५	८५·३
१६	९८·६	९७·५
१०	१०१·१	१०२·८

२६ अक्षवृत्त माटेना समय नीचे मुजब हता।

स्टा. टा. १०-३१·१ समये स्था. का १०-३२·१ अने स्टा. टा. १०-३७·१ समये स्था. का. १०-४०·८

११. आम आपणी पासे त्रण प्रकारनां बिंदुओना रेखांश नोंधवानुं थशे:—१. अ जेवां २ क जेवां अने ३ का जेवां छेदनबिंदुओ।

अमे करेला गणितमां अ जेवां बिंदुओ अुपरथी रेखांश लेखांक ८ मां, अने क अने का अुपरथी लेखांक १० मां आप्या छे। आ अक्षांश अने रेखांशनी मददथी त्रण रेखाओ दोरी शकाशे। १. अ जेवां, २ क जेवां अने ३ का जेवां बिन्दुओ परथी साधित।

वाचक जोअी शकशे के क वाळी रेखा अ वाळी रेखानी अेक बाजु हशे ज्यारे का वाळी रेखा तेथी अुल्टी बाजुअे। (जुओ चि. अं. ५)

१२. आ रीते मेळवेली मध्यग्रहणरेखा अने कंकण-हद रेखाओने जरा समजी लअीअे।

मध्यग्रहणरेखा जे स्थळो अुपर थअी पसार थाय छे त्यां ग्रहण वधुमां वधु समय कंकणाकृति देखाशे। कंकण हदवाळी रेखाओ वच्चे आवेलां स्थळोअे अलबत्त कं. ग्रहण देखाशे पण तेनो देखावानो समय, वधुमां वधु तो मात्र मध्यग्रहण रेखा अुपर आवेलां स्थानोअे ज हशे। बीजे स्थळे, ग्रहण अेथी ओछो समय देखाशे।

१३ हवे अेक प्रश्न बाकी रहे छे। अमुक स्थळे कंकणग्रहण क्यारे देखाशे अथवा अमुक समये कंकण-ग्रहण क्यां देखातुं हशे।

लेखांक ८ ना हिसाबे अमुक स्टा. टाअीमे अमुक रेखांशवाळां बिन्दुओ आपणे नोंध्यां हतां। आ बधां स्थळोना स्टा. टा. आपणे मध्यग्रहणवाळी रेखा अुपर नोंधी दअीअे तो कये वखते क्यां ग्रहण हशे व० सरळताथी समजी शकाय। दा. त. स्टा. टा. ११-४ वागे कंकणमध्यग्रहण २० अक्षांश अने ९२·४ रेखांश-वाळा स्थळे हशे। हिन्दना नकशामां आ स्थान बंगाळा-ना अुपसागरमां ब्रह्मदेशना पश्चिम किनारा नजीक आवेलुं देखाय छे। आ ज प्रमाणे अमुक स्थाने (दा. त. पटणा आगळ) मध्यकंकणग्रहण क्यारे देखाशे व० समयो मध्यग्रहणवृत्त अुपर नोंधेला समयने आधारे तरत ज कही शकाय।

१३. आ बधाये दाखलाओमां जे जे स्थळे लेवानां होय तेमां स्थान बहु ज चोकस लेवां, नहींतर भूल आवशे। खास करीने कंकणहदवाळा पटामां आवेलां स्थान विषे खूब काळजी राखवी।

પ્રકરણ ૧૦

૧. હિન્દના નકશા ઉપરનો સ્પર્શ અને મોક્ષવૃત્ત દોરી લીધા પછી તેમ જ અક્ષવૃત્તો અને ચન્દ્રછાયામાર્ગવાળો આલેખ સમાપ્ત કરી લીધા પછી નીચેના કેટલાક પ્રશ્ન ઉપસ્થિત થાય છે।

અ. અમુક સ્થળે ગ્રહણ દેખાશે યા નહીં અને દેખાશે તો તે કેવું દેખાશે? માત્ર ખંડ કે કંકણ યા ખગ્રાસ?*

આ. ખંડગ્રહણના ઇષ્ટસ્થળના સ્પર્શકાળ અને મોક્ષકાળ કેવી રીતે શોધવા?

ઇ. ઇષ્ટસ્થળે ગ્રહણનો મધ્યકાળ કેવી રીતે કાઢવો?

ઈ. ઇષ્ટ સ્થળે ગ્રહણનો પરમગ્રાસ કેટલો હશે?

ઉ. ઇષ્ટ સ્થળે ગ્રહણની સ્પર્શ અને મોક્ષદિશા કયી હશે?

૨. અ અને આના ઉત્તર અત્યાર સુધીના લખાણના આધારે અપાઈ ગયા છે। ગ્રહણ દેખાવું ન દેખાવું તથા અમુક સ્થળે દેખાતા ગ્રહણના સ્પર્શ અને મોક્ષ સમયો હિન્દના નકશા ઉપર નજર નાખવાથી જ મળી રહે છે।

૩. ઇ. વિષે વિચારીએ। સામાન્યતઃ ગ્રહણનો મધ્યકાળ ગ્રહણ સ્પર્શ અને ગ્રહણ-મોક્ષ સમયની બરાબર વચ્ચેનો લઈશું તો ચાલશે। વાસ્તવિક રીતે આમાં સહેજ ફરક આવે છે। એટલે હવે ઈ અને ઉ વાળા પ્રશ્નો વિષે અહીં વિચારીશું।

૪. ઇષ્ટસ્થળે ગ્રહણ દેખાવું સંભવિત હોય તો પરમગ્રાસ કેટલો હશે?

આ માટે નીચે મુજબ ગણતરી કરવી।

(૧) પહેલાં સ્પર્શ અને મોક્ષવાળા નકશામાંથી ઇષ્ટસ્થળના સ્પર્શ અને મોક્ષ સમયો નોંધો। આ બંનેનો મધ્યકાળ કાઢો।

ઉ. ત. અમદાવાદ લઈએ। અમદાવાદના સ્પર્શ અને મોક્ષ સમયો અનુક્રમે સ્ટા. ટા. ૮-૪૩ અને સ્ટા. ટા. ૧૧-૫૧ છે। આ બંને ઉપરથી મધ્ય સમય સ્ટા. ટા. ક. ૧૦-૧૭ આવે છે।

(૨) ઉપર (૧) માં આપેલા મધ્યસમયનો તે ઇષ્ટ સ્થળનો સ્થા. કા. નોંધો।

અમદાવાદના અક્ષાંશ ૨૩ અને રેખાંશ ૭૨.૫ છે। રેખાંશના હિસાબે અમદાવાદનો સ્થા. કા સ્ટા. ટા.માંથી ૪૦ મિનિટ બાદ કરવાથી આવે છે।

સ્ટા ટા. ક ૧૦-૧૭ હોય ત્યારે અમદાવાદનો સ્થા. કા. ક (૧૦-૧૭)-(ક.૦-૪૦)=ક ૯-૩૭ છે।

(૩) હવે ચિત્ર નં. ૧૪ માં ૨૩ અક્ષવૃત્ત અને સ્થા કા. ૯-૩૭ નાં વૃત્ત ક્યાં મળે છે તે સ્થાન નોંધો। આ સ્થળનું નામ અ આપો।

પછી ચંદ્રછાયામાર્ગ ઉપર મધ્યસમય (અહીં ૧૦-૧૭ દર્શાવતું સ્થાન નોંધો। એનું નામ ક રાખો।

(૪) અક અંતર માપો। આવેલા અંતરને વિરલ છાયા ત્રિજ્યા વડે ભાગો। જે ભાગાકાર આવે તેને ૧ માંથી બાદ કરો। આવેલો ઉત્તર અમદાવાદમાં દેખાતા ગ્રહણનો પરમગ્રાસ સૂચવે છે।

---

* ગ્રહણ સમયે સૂર્ય આખો ઢંકાઈ જાય ત્યારે ખગ્રાસ ગ્રહણ થયું કહેવાય છે। સૂર્ય આખો ન ઢંકાતાં તેનો થોડો જ ભાગ ઢંકાય ત્યારે તેને ખંડગ્રાસ ગ્રહણ કહે છે। કોઈ વાર સૂર્યનો વચ્ચેનો ભાગ ઢંકાઈ જાય છે પણ ચારે તરફની કિનારી બાકી (ઢંકાયા વિનાની) રહે છે, આવા ગ્રહણને કંકણ-ગ્રહણ કહેવામાં આવે છે।

ગ્રાસ એટલે ભાગ। અમુક સમયે સૂર્યગ્રહણનો ગ્રાસ કેટલો છે એનો અર્થ એ છે કે તે સમયે સૂર્યનો કેટલો ભાગ ઢંકાએલો છે તે કાઢવું। સૂર્યના વ્યાસનો જેટલામો ભાગ ઢંકાઈ ગયો હોય તેટલો તે સમયનો ગ્રાસ કહેવાય છે। દા. ત. અમુક ક્ષણે સૂર્યનો અર્ધો વ્યાસ ઘેરાયો હોય તો ગ્રાસ .૫ છે અને વ્યાસ પોણો ઢંકાયો હોય તો ગ્રાસ .૭૫ છે।

$$\text{ગ્રાસ} = \frac{\text{ઢંકાએલું બિંબ (વ્યાસ)}}{\text{આખું બિંબ}}$$

સ્પર્શ સમયે ગ્રાસ બિલકુલ હોતો નથી। પછી ધીરે ધીરે ગ્રાસ વધવા માંડે છે। તે અમુક હદ સુધી વધી ફરી પાછો ઓછો થવા માંડે છે અને મોક્ષ સમયે એ પાછો શૂન્ય થઈ જાય છે। આમ ગ્રહણ દરમિયાન જે મોટામાં મોટો ગ્રાસ થાય છે તેને આપણે પરમગ્રાસ કહીએ છીએ।

आपणा अुदाहरणवाळुं अ क अंतर १·३२ अिंचनुं हतुं। १·३२ ÷ ५·५६ = ·२३७। माटे अमदावादमां सूर्यग्रहणनो परमग्रास १ – ·२३७ = ·७६३ जेटलो हशे।

अेक बीजुं अुदाहरण लअीअे।

मुंबअीना स्पर्श अने मोक्ष समय अनुक्रमे स्टा. टा. ८–५० अने क. ११–५७ (आलेख अुपरथी) छे। परमग्रास शोधो।

अहीं मध्यकाळ स्टा. टा १० – २३·५ छे.

मुंबअीना अक्षांश १९ अने रेखांश ७२·७५ छे. मुंबअीनो स्था. का स्टा. टा. करतां ३९ मिनिट ओछो छे। माटे मुंबअीनो स्टा. टा. १० – २३·५ समयनो स्था. का. ९ – ४४·५ छे.

हवे चि. अं. १४ अुपर १९ अक्षवृत्त अुपर स्था. का. ९ – ४४·५ दर्शावतुं बिंदु नोंधो। आ बिंदु 'अ' छे। चंद्रछाया मार्ग अुपर स्टा. टा. १० – २३·५ दर्शावतुं बिंदु नोंधो। आ 'क' बिंदु छे।

अमारी गणतरी मुजब अ क अंतर १·८८ अिंचनुं हतुं।

१·८८ ÷ ५·५६ = ·३४

माटे परमग्रास १ – ·३४ = ·६६

नॉटिकलनो सूक्ष्म परमग्रास ·६४ छे।

आज प्रमाणे बीजां स्थळोना परमग्रास शोधी कढाय।

(नोंधः– अमे आपेलो अिष्टस्थानपरमग्रासालेख जुओ। आ लेखमां (चि. अं. १६) अमदावादनो ग्रास ·७८ जेटलो अने मुंबअीनो ·६६ जेटलो छे। आ विशिष्ट पद्धति माटे जुओ प्रकरण ११)

५. अहीं अेक बीजो प्रश्न अुपस्थित थाय छे। प्रश्न आ छे। अमुक अिष्ट स्थाने अिष्ट समये ग्रहण विषयक परिस्थिति शी हशे?

अु. त. अमदावाद लअीअे।

प्रश्न अेम लअीअे। स्टा. टा. ९ वागे ग्रहणवाळा दिवसे अमदावादमां ग्रहणविषयक शी परिस्थिति हशे?

अमदावादना अक्षांश २३ अने रेखांश ७२·५ छे। अमदावादनुं रेखांतर ४० मिनिट छे। माटे अमदावादनो स्था का स्टा टा. ९ वागे क. (९–०) – (क ०–४०) = क. ८–२० छे।

(१) चित्र अं. १४ मां २३ अक्षांश अुपर स्था. का. ८–२० दर्शावतुं बिंदु नोंधो। आने अ कहो।

(२) चंद्रछाया अुपर स्टा. टा. ९ दर्शावतुं बिंदु नोंधो. आने क कहो।

(३) अ क अंतर मापो। आ अंतर विरलछाया त्रिज्या करतां वधु होय तो समजवुं के पूछेला समये अमदावादमां ग्रहण देखातुं नथी। कांतो अे पुरुं थअी गयुं छे अथवा बिलकुल शरू ज नथी थयुं या तो त्यां ग्रहण मुद्दले थवानुं ज नथी। आ त्रण पैकी गमे ते अेक संभवी शके छे।

(२) अ क अंतर विरलछायात्रिज्या बराबर होय तो त्यां कांतो ग्रहण स्पर्श छे अथवा ग्रहण मोक्ष छे।

अ बिंदु कनी जमणी तरफ होय तो स्पर्श अने डाबी तरफ होय तो मोक्ष समजवो।

आपणा अुदाहरणमां क अ नी दिशा चि. अं. १० प्रमाणे स्पर्श दर्शावे छे।

(३) अ क अंतर विरलछाया त्रिज्या करतां ओछुं होय तो त्यां ग्रहण चालु छे। आ समयनो ग्रास नीचे मुजब शोधी शकाय। (पाठक ध्यानमां राखे के अहीं आपणे परम ग्रास काढता नथी परन्तु ग्रहणना अमुक समये ग्रहण–ग्रास केटलो हशे अे काढीअे छीअे)

अ क अंतरने विरलछाया त्रिज्या वडे भागो। आवेला भागाकारने १ मांथी बाद करो। बादबाकी ते समय पुरतो ग्रास आपशे।

अुदाहरणवाळो आंकडा लअीअे।

स्टा. टा ९ वागे अमदावादनो स्था. का. ८–२० छे अेमनां स्थानबिंदु अनुक्रमे क अने अ नोंधो। पछी अ क अंतर मापो· चि अं. १४ मांथी अ क अंतर ४·५२ अिंचनुं जणाय छे।

आ अुपरथी नक्की थाय छे के आ समये अमदावादमां ग्रहण चालु छे अने तेनो ग्रास १ – (४·५२ ÷ ५·५६) = १ – ·८१ = ·१९ छे।

(स्पर्श मोक्षवाळा हिन्दुस्तानना नकशामां (चि. सं १५) अमदावादनो ग्रहणस्पर्श स्टा टा. ८–४३ नो छे. अहीं प्रश्नमां स्टा टा. ९ वाग्यानी ग्रहण विषयक स्थिति पूछी छे। आ अुपरथी त्यां ग्रहण चालु छे अेटलुं समजाय छे अने अेनो ग्रास ते समय पुरतो अुपर-

नी पद्धति मूजब ·१९ छे)

आ प्रमाणे गमे ते स्थळनी गमे ते समयनी ग्रहण विषयक परिस्थिति जाणी शकाय छे।

६. स्पर्श अने मोक्ष दिशाः —

अमदावादनुं अुदाहरण लअी स्पष्ट करीअे।

स्पर्श समयनुं चि. अं. १४ अुपरनुं अमदावादनुं स्थान नोंधो। आने अ कहो।

रीतः स्पर्श समय स्टा टा. ८·४३ छे। चंद्रछाया केन्द्र मार्ग अुपरना स्टा. टा ८–४३ वाळा बिंदुने केन्द्र समजी विरलछाया त्रिज्या वडे वर्तुळ दोरो। आ वर्तुळ २३ अक्षवृत्तने ज्यां कापे ते अ। स्पर्शकाळ काढती वखते आ बिंदु आपणे काढयुं हतुं।)

चंद्रछायाकेन्द्रमार्ग अुपरना स्टा टा ८-४३ वाळा बिंदुने क कहो।

आलेखकेन्द्र (०,०) ने ग कहो। पछी क अ अने अ ग सांधो। पछी क अ ग अंतर्वक्र खुणो मापो। खुणाना अंशमापने ६ वडे भागो।

हवे नीचे प्रमाणे तपास करो।

अ बिंदुने केन्द्र समजी अ ग रेखाने अेवी रीते फेरवो के ग अ क अंतर्वक्र खुणो थाय। आम करवामां अ ग रेखाने घडियाळना कांटा फरे छे अे दिशामां फेरववी पडशे अथवा तेथी अूलटी दिशामां। जो अ ग रेखाने घडियाळ फरे छे अे दिशामां फेरववाथी ग अ क खुणो अंतर्वक्र (not reflex) थतो होय तो, खुणाना अंश–मापने ६ वडे भागतां जे आवे तेने ३० मांथी बाद करवा। पण जो अ ग रेखाने घडियाळथी अूलटी दिशामां फेरववी पडी होय तो खुणाना अंश-मापना छठ्ठा भागमां ३० अुमेरवा।

नीचेनी आकृति अुपरथी आ स्पष्ट थशे।

आपणा हिसाब मुजब चि. अं. १४ मांथी क अ ग खुणो १५५° नो हतो.

$$\therefore \frac{१५५}{६} + ३० = ५५·८$$

आनो अुपयोग केम करवो अे विषे आगळ लख्युं छे।

हवे मोक्ष माटे विचारी लअीअे।

मोक्षनो स्टा. टा. चंद्रछायामार्ग अुपर नोंधो। अेने अ कहो। अ ने केन्द्र समजी विरलछाया त्रिज्या वडे वर्तुळ दोरो। आ वर्तुळ २३ अक्षवृत्तने ज्यां कापे ते बिंदुने क कहो। आलेख केन्द्र (०,०) ग कहो। पछी अुपर प्रमाणे गअक अंतर्वक्र खुणो मापो। पछी अुपर कह्या प्रमाणे घडियाळ फरवानी दिशानो ख्याल राखी आ रीते आवेला खुणाना षष्ठांश ने ३० मांथी बाद करो या ३०मां अुमेरो।

चि. अं १४ना हिसाबे अमदावादना मोक्ष समय स्टा. ११–५१ वखते आ खुणानुं माप २० अंशनुं हतुं। अ ग ने घडियाळनी अूलटी दिशामां फेरववाथी क अ ग अंतर्वक्र खुणो बन्यो हतो माटे २० ÷ ६ ने ३० मां अुमेरवा पडशे। २० ÷ ६ + ३० = ३३·३३ छे।

आम स्पर्श माटे ५५·८ अने मोक्ष माटे ३३·३३ ना आंकडा आवे छे। आनो अुपयोग केवी रीते करवो?

अुपर शोधेला आंकडाओनो अर्थ नीचे प्रमाणे करवामां आवे छे। घडियाळना चंदाने सूर्यबिंब कल्पीअे तो चंदानी ५५·८ मिनिट आगळ स्पर्श थशे। अने ३३·३३ मिनिट आगळ मोक्ष थशे। (जुओ चि. अं. १२)

आज प्रमाणे अमारा आलेखना हिसाबे मुंबअी माटे नीचे मुजब स्पर्श मोक्षना अंक आव्या हता।

	अंतर्वक्र खुणो	घडियाळना चंदा अुपर स्थान
स्पर्श	१४३°	५३·८ मिनिट
मोक्ष	१३°	३२·१ ,,

आज प्रमाणे कोअीपण स्थान माटेनी स्पर्श अने मोक्ष दिशा नोंधी शकाय छे।

नॉटिकलमां मुंबअी अने मद्रास माटेना स्पर्श अने मोक्ष दिशाना घडियाळना चंदा अुपरना अंक नीचे मूजब हता।

	स्पर्श	मोक्ष
मुंबअी	५३·७ मिनिट	३२·५ मिनिट
मद्रास	५०·८ ,,	५४·८ ,,

प्रकरण ११

परमग्रास अने ग्रहणदर्शन मर्यादानो आलेख

१. परमग्रास* काढवानी रीत विषे आपणे प्रकरण १० मां जोअी गया। आपणे जोयुं के अे रीत अेकी वखते मात्र अेक स्थान पूरतुं ज आपणे गणित करी शकीअे छीअे। अमुक स्थळोना परमग्रास अेकी साथे सहेलाअीथी वांची अथवा जाणी शकाय अे हेतुथी अमे नीचेनी रीत आपीअे छीअे।

परमग्रास काढवानी आ रीत बिलकुल नवी छे। अेटलुं ज नहीं पण अे रीत खूब सरळ छे।

२. परमग्रास ·८ क्ये क्ये स्थळे देखाशे ते नीचेनी रीत शोधी काढाय छे।

रीत:—

जे परमग्रासनो आलेख दोरवो होय तेनो आंकडो नोंधो (दा. त. अहीं ·८)। आ आंकडाने १ मांथी बाद करो। आवेली बादबाकीने विरल छाया त्रिज्या वडे गुणो। आवेला जवाब जेटला अंतरे, मुख्य आलेख अुपर (चि. अं १४ अुपर) चंद्रछायामार्गने समांतर बंने बाजुअे रेखाओ दोरो। आ रेखाओ अक्षवृत्तोने जे बिंदुओमां छेदे ते स्थळना स्था. का. नोंधो। स्था. का अुपरथी रेखांश शोधी काढो। हिंदना नकशा अुपर आ अक्षांश अने रेखांशनी मददथी अे बधां स्थानो नोंधी अेमने जोडतो अेक रेखा दोरो। आ रेखा अुपर आवेलां बधां स्थळोअे परमग्रास अिच्छया प्रमाणेनो ज हशे।

दा. त. ·८ परमग्रास लअीअे।

१·०—·८=·२

·२ × ५·५६ = १·११२ अिंच

चंद्र-छायामार्गनी अुपर नीचे १·१ अिंच छेटेनी ने समांतर रेखाओ दोरो। आ रेखाओ ·८ ग्राससूचक छे।

अुपरना चित्रमां अुपरनी ·८ ग्रासवाळी रेखा २६ अक्षवृत्तने क आगळ, २२ अक्षवृत्तने ख आगळ छेदे छे। नीचेनी ·८ ग्रासवाळी रेखा १६ अक्षवृत्तने ग आगळ छेदे छे। आ छेदनबिंदुओमां स्था. टा. अने स्था. का. सहेलाअीथी नोंधी शकाय तेम छे। अने अे अुपरथी अे बिंदुओ पूरता रेखांशो पण शोधी शकाय छे।

आ ज प्रमाणे बीजां अक्षवृत्तो साथेनां छेदनबिंदुओ अुपरथी ·८ ग्रास माटेना रेखांश नोंधी शकाय। आ बधा रेखांश अने अक्षांशवाळां स्थळोना आधारे ·८ ग्रास दर्शावती रेखा दोरी शकाय।

नीचे अमे अमारा केटलाक रेखांश आपीअे छीअे।

* जुओ पृ. १९ नी फुटनोट

ग्रास ·८ वाळी अुपरनी रेखा:—

अक्षांश	३४°	३०°	२६°	२०°	१६°	१०°
रेखांश	८२°·१	८९°·९	९५°·	१०१°·४	१०५°·८	११३°·१

ग्रास ·८ वाळी नीचेनी रेखा:—

अक्षांश	२४°	२०°	१६°	१४°	८°	६°
रेखांश	७२°·३	८१°·८	८७·१	८९·२	९५·३	९७·४

आ बंने रेखाओ हिंदना नकशा अुपर दोरी छे. (जुओ चि. अं १६)

आ प्रमाणे ·२, ·४, ·६ ग्रासना आलेख दोरी शकाय।

आ आलेखो अुपरथी अिष्ट स्थळनो परमग्रास केटलो हशे अे सहेलाअीथी कही शकाय तेवुं छे।

नीचे अमे शोधेला केटलाक ग्रासना अक्षांश रेखांश आपीअे छीअे।

ग्रास ० अुपरनी रेखा:—

अक्षांश ३० २८

रेखांश १३३·५ १३५·०

ग्रास ·२ अुपरनी रेखा:—

अक्षांश ३४° ३० २८ २४

रेखांश ११५·९ १२१·७ १२२·४ १२६·८

ग्रास ·२ नीचेनी रेखा:—

अक्षांश ६°

रेखांश ६०·३

ग्रास ·४ अुपरनी रेखा:—

अक्षांश ३२ ३० २६ २२

रेखांश ९३·८ ९५·८ १०१·९ १०८·२

ग्रास ·४ नीचेनी रेखा

अक्षांश १२ ८ २

रेखांश ६७·४ ७३·९ ९९·९

* अुपरनो ० ग्रास ३० अक्षवृत्ते १३३.५ रेखांश सुधी अने २८ अक्षवृत्ते १३५ रेखांश सुधी पहोंचे छे अेनो अर्थ अे के ग्रहणनी अुत्तर मर्यादा ते ते स्थळे खतम थाय छे। मतलब के पृथ्वी अुपर ३० अक्षांश अने १३३·५ रेखांश अथवा २८ अक्षांश अने १३५ रेखांशवाळां स्थळो सुधी ग्रहणनी अुत्तर मर्यादा छे। अे स्थळोनी अुत्तरना भागमां ग्रहण देखाशे ज नहीं।

आज प्रमाणे ·१, ·३ व० ग्रास दर्शावती रेखाओ दोरी शकाय।

आ ज प्रमाणे दक्षिणनी मर्यादा पण नोंधी शकाय। आवी रीते आ परमग्रासना आलेखमांथी आपणने ग्रहण दर्शननी मर्यादाओ पण मळे छे।

हिन्दुस्ताननां परमग्रासना नकशा (चित्र अं. १६) अुपरथी नीचेनां स्थळोना ग्रास तेमनी सामे दर्शाव्या मुजबना मालूम पडे छे।

स्थळ	परमग्रास
क्वेटा	·९३
पेशावर	·९२
लाहोर	·९६
सीमला	·९५
दिल्ही	·९६
मुंबअी	·६६
अलाहाबाद	·९५
नागपुर	·८०
दार्जीलिंग	·९०
कलकत्ता	·९६
मद्रास	·५९
अमदाबाद	·७८

चि. अं. १६ मां अमे कंकण–ग्रास लख्युं छे। खरी रीते तो अे कंकण–ग्रहण देखातां स्थळोनो परम ग्रास छे। जुदां जुदां स्थळोअे देखाता परमग्रासो पैकी कंकण–ग्रास सौथी मोटो छे। आ हिसाबे कोअी पण स्थळनो परमग्रास कंकणग्रासथी हंमेशां ओछो होय छे।

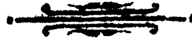
प्रकरण १२

—समाप्ति—

खगोळगणित भा. ४ना गणित प्रमाणे आवता अने आ पुस्तकमां समजाव्या प्रमाणे आवता आंकडाओने सरखामणी माटे अेकी साथे अहीं आपी अमे आ भूमंडलीय सूर्यग्रहण गणित समाप्त करीशुं।

अमदावादमां २१ ओगस्ट '३३ने रोज देखायेलुं खंडग्रास सूर्यग्रहण

	खगोळ गणित आ. ४ प्रमाणे			आ पुस्तकना ग्राफ प्रमाणे			फरक		
	क.	मि	से.	क.	मि.	से.	क.	मि.	से.
स्पर्शकाळ स्टा. टा.	८	४२	५३	८	४४	०	+०	१	७
मोक्षकाळ स्टा. टा.	११	५१	२९	११	५१	३०	+०	०	१
पर्वकाळ स्टा. टा.	३	८	३६	३	७	३०	−०	१	६
मध्यकाळ स्टा. टा.	१०	६	५५						
परमग्रास (व्यासनो)	.७५८			.७६३			.००५		
स्पर्शदिशा (बिंबना सौथी ऊंचा बिंदुथी डावी तरफ)	२४°	२२'	०"	२५°	१२'	०	+०°	६०'	०"
मोक्षदिशा (बिंबना सौथी ऊंचा बिंदुथी डावी तरफ)	१६२°	२०'	०"	१६०°	०"	०'	−२°	२०'	०"



આ પુસ્તક અહીં સમાપ્ત કર્યા પછી નીચેના બે ઉપયોગી વિષયો અમારા લક્ષમાં આવ્યા, તેને અહીં સ્થાન આપવું અમને યોગ્ય લાગે છે। આમાંથી એક વિષય પૃ. ૨૧ માં ચર્ચવામાં આવેલ સ્પર્શ અને મોક્ષની દિશાનો છે। અને બીજો આખી પૃથ્વી ઉપર ગ્રહણ દેખાવાના પ્રદેશની ચારે બાજુઓની મર્યાદાનો છે।

(૧) સ્પર્શ અને મોક્ષની દિશાઓ

આ વિષય વાંચતાં પહેલાં પૃ. ૨૧ મું આખું ફરીને વાંચી જાઓ । આ પૃષ્ઠમાં કેટલાક મુદ્રણ દોષો થયા છે, તે નીચે બતાવ્યા છે, તે પ્રમાણે સૌથી પહેલાં પુસ્તકને સુધારી લો । આ દોષો પૃ. ૨૧ ના બીજા કોલમની શરૂઆતમાં છે। આ દોષો સુધારીને જ અમે તે નીચે પ્રમાણે આપીએ છીએ। અને સુધારેલા અક્ષરોને અમે જાડા છાપીએ છીએ। "અને **ક** કહો । **ક** ને કેંદ્ર સમજી વિરલ છાયા ત્રિજ્યા વડે વર્તુલ દોરો । આ વર્તુલ ૨૩ અક્ષવૃત્તને જ્યાં કાપે તે બિંદુને **અ** કહો "।

આ સિવાય બાકીનું લખાણ બરાબર છપાયું છે। હાલમાં જ અમારું ધ્યાન દ્દ. કેતકરના " ભારત ભૂમંડલીય સૂર્યગ્રહણ ગણિત " એ પુસ્તકના પૃ. ૧૭ ઉપર ખેંચાયું છે । ત્યાં લેખ (૨૫)માં આપેલી સ્પર્શ–મોક્ષ-સ્થાન–નિર્ણયની રીત અમને બહુ સરલ લાગી છે, તેથી તે અમે નીચે આપીએ છીએ અને વાચકને તેની ભલામણ કરીએ છીએ।

રીત આ પ્રમાણે છે. શાળાઓમાં વપરાતી કંપાસબોક્ષમાં આવતા કોણમાપક (પ્રોટ્રેક્ટર)ને લો । એક **પારદર્શક** કાગળ ઉપર તેને મૂકીને તેની અર્ધ ગોળ આકૃતિ કાઢો । પછી કોણમાપકને ફેરવીને ગોળ આકૃતિ પૂરી કરો। કોણમાપકમાં અંશોના આંકા હોય છે તેને બદલે છ છ અંશની એક મિનિટ એ હિસાબે ત્રણ સો સાઠ અંશની સાઠ મિનિટના સાઠ આંકા કરો, અને ઘડિયાળમાં મિનિટના આંકડાઓ જે દિશામાં લખવામાં આવે છે તે કરતાં ઊલટી દિશામાં ૦, ૧, ૨, વગેરે મિનિટોના આંકડાઓ લખો । પછી તે આખા વર્તુલને કાતરથી કાપી કાઢો ।

આ કાપી કાઢેલા વર્તુલનો ઉપયોગ નીચે પ્રમાણે કરવાનો છે । પૃ. ૨૧માં અ, ક, ગ, બિંદુઓ જે રીતે નક્કી કરવાનાં કહ્યાં છે, તેજ રીતે તે નક્કી કરો, પણ તેમાં ખૂણા માપીને અમુક ગણિત કરવાનું કહ્યું છે, તેને બદલે તે જ પરિણામ આ કાપેલા વર્તુલની મદદથી નીચે પ્રમાણે લાવો ।

અક અને અગ બિંદુઓને બે સીધી લીટીઓથી જોડો। પછી વર્તુલના મધ્ય બિંદુને અ ઉપર મૂકીને ત્રીશ મિનિટના આંકાને અગ લીટી ઉપર લાવો । હવે અક લીટી જે મિનિટના આંકામાંથી પસાર થાય તે મિનિટનો આંકડો નોંધી લો અને તેને **ઘ** કહો ।

ઉપરની રીત સ્પર્શ તેમ જ મોક્ષ બન્નેને માટે છે। ઘ નો આંકડો ઘડિયાળના ચંદા ઉપરનો મિનિટની આંકડો બતાવે છે। દાખલા તરીકે પૃ. ૨૧માં અમદાવાદના સ્પર્શ–બિંદુ માટે ઘ=૫૬ અને મોક્ષ–બિંદુ માટે ઘ ૨૩ આવે છે, આનો અર્થ એ છે કે સૂર્ય બિંબને ઘડિયાલનો ચંદો માનીએ તો ચંદાના ૫૬ મિનિટના આંકા આગલ સ્પર્શ થશે, અને ૨૩ મિનિટના આંકા આગળ મોક્ષ થશે ।

જેવી રીતે સ્પર્શ અને મોક્ષના સમયો બતાવતો હિંદુસ્તાનનો નકશો (ચિ. અં. ૧૫) આપણે બનાવ્યો, તેવી જ રીતે સ્પર્શ અને મોક્ષનાં બિંદુઓ સૂર્ય બિંબ ઉપર ક્યાં આવે છે, તે બતાવતો હિંદુસ્તાનનો નકશો દોરવા માટેની રીત હવે નીચે આપીએ છીએ ।

સ્પર્શ–મોક્ષ બિંદુઓ માટેનો હિંદુસ્તાનનો નકશો બનાવવાની રીત.—

પ્રકરણ ૬ અને ૭માં જુદા જુદા અક્ષાંશ અને રેખાંશ વાળાં સ્થળોના સ્પર્શકાળ અને મોક્ષકાલ બતાવતી લીટીઓ દોરવાની રીત આપેલી છે। તેમાં જે સ્થળો લેવામાં આવ્યાં છે, તે ચિ. અં ૧૪ માં તૈયાર છે। આ આકૃતિમાં સ્પર્શ કે મોક્ષના સ્ટાં. ટા. બતાવતાં વર્તુળો અક્ષવૃત્તોને જ્યાં કાપે છે તે સ્થળો લેવામાં આવ્યાં છે અને આપણે પણ અત્યારે એ જ સ્થળો લઇશું ।

જેમ કે ૧૧ કલાક ૪૦ મિનિટને સમયે મોક્ષ બતાવતું વર્તુળ ૨૨ અંશના અક્ષવૃત્તને જે બિંદુમાં કાપે છે, તે સ્થળના રેખાંશ ૬૮.૫ છે એમ પૃ. ૧૫ ના કોષ્ટકમાંથી માલુમ પડે છે। આ બિંદુ આપણે અગાઉ જણાવેલું અ બિંદુ છે। તેને એક સીધી લીટીથી ગ ની સાથે જોડવાનું છે, અને બીજી સીધી લીટીથી ક ની સાથે જોડવાનું છે। ગ બિંદુ આલેખનું (૦, ૦) એટલે **ઉગમ બિંદુ** છે તે ઉપર કહેવાઈ ગયું છે, અને ક બિંદુ છાયાકેન્દ્ર માર્ગ–ઉપરનું ૧૧ કલાક ૪૦ મિનિટ સ્ટા. ટા. બતાવતું બિંદુ છે, એ પણ પાછળ જણાવ્યું છે। આમ અગ અને અક સીધી લીટીઓ તૈયાર થાય છે

अने तेओनी वच्चेनो गमक खूणो मापवानो छे। आनी रीत पण अगाउ अपाओ गओ छे। छतां टूंकमां अहीं ते फरीने याद देवडावीओ छीओ। पाछळ बनावेला पारदर्शक कागळना वर्तुलना मध्यबिंदुने अ उपर मूकवानुं छे, अने अ मांथी पसार थती ३० मिनिट दर्शावती लीटीने अग लीटी उपर लाववानी छे। आ प्रमाणे आ पारदर्शक वर्तुलने मूकीने पछी जुओ के अक लीटी वर्तुळना जे बिंदुमां थओने पसार थाय छे त्यां मिनिटनो कयो आंकडो छे। आ आंकडो ओ ज तमारो जवाब छे, अने तेनो अर्थ ओ छे के २२ अक्षांश अने ६८·५ रेखांश वाळा स्थळे मोक्ष थती वखते सूर्यबिंबने दीवाले चोडेला घडियाळनो चंदो कल्पीओ तो हमणां जे जवाब आव्यो तेटली मिनिटना आंका उपर मोक्ष थशे।

आ प्रमाणे प्रकरण ६ अने ७ मां जे जे स्थळोना स्पर्शकाळ अमे मोक्षकाळ काढ्या छे ते स्थळो माटे उपरनी रीत प्रमाणे स्पर्श के मोक्ष बिंदु दर्शावता मिनिटना आंकडओ काढो। आ आंकडाओ जुदा जुदा आवशे तेमांथी सगवड प्रमाणे पांच के दस मिनिटना अंतरेना आंकडा नक्की करो। आ अंतर पांच के दश मिनिटनुं राखवुं ओ दरेक ग्रहणना संजोगो उपरथी नक्की थशे, जेम के आपणा चालु उदाहरणमां आवेला आंकडा उपरथी मालुम पडे छे के स्पर्शनी मिनिटो दशने अंतरे लओशुं तो चालशे (चि. अं. १८ जुओ)। पाछळ स्पर्श के मोक्षनी मिनिटना जे आंकडाओ आव्या ते जुदा जुदा आवशे ओम आपणे पाछळ कह्युं छे। आमांथी पांच के दश मिनिटने अंतरे रहेला आंकडाओ त्रिराशिने हिसाबे नक्की करवाना छे।

अक दाखलो लेवाथी आ वात बराबर स्पष्ट थशे। धारो के जे स्थळे स्पर्श ५५ मिनिटना आंका आगळ थाय छे, अेवां स्थळोमां थओने पसार थती लीटी हिंदुस्तानना नकशा उपर दोरवी छे। हवे जो कोओ स्थळो माटे ५५ नो आंकडो आवी गयो होय तो ते स्थळोना अक्षांश रेखांश नोंधी लो। पण आवां स्थळो थोडां ज होय अथवा अेक पण न होय। धारो के २० अक्षांश अने ७२ रेखांश माटे ५३॥। मिनिटनो आंकडो नोंधायो छे। अने २४ अक्षांश अने ७२ रेखांश माटे ५६॥। मिनिटनो आंकडो नोंधायो छे। तो त्रिराशिने हिसाबे २१॥ अक्षांश अने ७२ रेखांश उपर ५५ मिनिटनो आंकडो आवशे। आ अक्षांश अने रेखांश बतावतुं बिंदु हिंदुस्तानना नकशा उपर लखो। आवी ज रीते हिंदुस्ताननी सरहद बन्ने बाजुओ पूरी थाय त्यां सुधीमां अमुक अमुक अंतरे बिंदुओ लओने तेने जोडवाथी ५५ मिनिटे स्पर्शबिंदु बतावती रेखा तैयार थशे। जुओ चि. अं. १८। आ प्रमाणे चित्रमां ४८, ५०, ५५,० अने २ मिनिटे स्पर्शबिंदु बतावती रेखाओ दोरेली छे। अने २०, ३०, ४०, ५०, ०, १० अने २० मिनिटे मोक्षबिंदु बतावती रेखाओ दोरेली छे।

चि. अं. १८ ना ब्लोकमां केटलीक बाबतो रही गओ छे ते अहीं जणावीओ छीओ।

(१) कन्याकुमारीनी पश्चिमे स्प ४८ लख्युं छे त्यांथी कन्याकुमारी सुधी अेक लीटी दोरो। आ लीटी स्प ४८ नी छे। (२) काठियावाडमां थओने पूर्व तरफ जती रेखाने सामे छेडे 'स्प' छपायुं छे त्यां 'स्प ५५' जोओओ। (३) दार्जिलींग अने देहरादुननी पासे थओने पूर्व–पश्चिम जती लीटी उपर स्प० जोओओ। (४) श्रीनगर अने पेशावरनी पासे थओने जती पूर्व–पश्चिम लीटी उपर 'स्प २' जोओओ। (५) कन्याकुमारीनी पासे 'मो २०' लख्युं छे त्यां मो ४०' जोओओ। (६) कलकत्ता अने दार्जिलींगनी पासे थओने जती उत्तर–दक्षिण रेखा उपर मो' लख्युं छे त्यां 'मो २०' जोओओ। आ आकृतिमां सक्कर अने सिकंद्राबादनी पासे थओने जती कप रेखा नकामी छे अने भूलथी दोराओ गओ छे।

(२) पृथ्वी उपरनी ग्रहणदर्शननी मर्यादा-रेखाओ.

आखी पृथ्वी उपरना जे प्रदेशमां सूर्यग्रहण देखाय ते प्रदेशनी चारे बाजुनी मर्यादारेखाओ दोरवानी रीत नीचे आपीओ छीओ। आमांथी उत्तर अने दक्षिण दिशानी मर्यादारेखाओ विषे प्रकरण ११ मां कहेवामां आव्युं छे। जे स्थळोओ परम ग्रास ० शून्य थाय ते स्थळो ग्रहणनी उत्तर के दक्षिण मर्यादा रेखाओ उपर आवेलां छे। अमुक परम ग्रास जे जे स्थळोओ थतो होय ते ते स्थळोमां थओने पसार थती लीटी दोरवानी रीत प्रकरण ११मां बताववामां आवी छे, ते उपरथी शून्य परम ग्रासनी रेखा दोरी शकाय छे। दाखला तरीके पृ. २३ नी शरूआतमां शून्य परम ग्रासनी रेखा

३० अक्षांश अने १३३·५ रेखांश वाळा १ स्थळमांथी अने २८ अक्षांश तथा १३५ रेखांश वाळा बीजा स्थळमां थईने पसार थाय छे अेम बतावतामां आव्युं छे। अटलुं याद राखवुं के शून्य परम ग्रास वाळी बे मर्यादा रेखाओ **सामान्य रीते** होय छे। अने तेओ चंद्रछाया केंद्र-मार्गनी सामसामी बाजुअे आवेल होय छे। अेक तेनी अुत्तर तरफ अने बीजी तेनी दक्षिण बाजु। अपर अमे '**सामान्य रीते**' अेम कह्युं छे, कारण के कोअी कोअी वखत अेवुं बने छे के उत्तर के दक्षिण मर्यादा रेखामांथी अेक बीलकुल होती नथी अने तेथी पूर्व-पश्चिम मर्यादारेखाओनो अेक अेक छेडो अेकबीजा साथे जोडाअी जाय छे। आवे वखते ग्रहणदर्शनमर्यादानुं क्षेत्र लंबचोरसने बदले लगभग त्रिकोणाकार बनी जाय छे।

आम उत्तर अने दक्षिणनी मर्यादारेखाओ तैयार थओ। पूर्व अने पश्चिमनी रेखाओ शून्य परम ग्रासनी रेखाओ नथी। पण आखी पृथ्वी अुपरना सौथी पहेला ग्रस्तोदय अने सौथी छेल्ला ग्रस्तास्त देखावानां स्थळो दर्शावती रेखाओ छे।

आ रेखाओ दोरवानी रीत अमे नीचे आपीअे छीअे। ते प्रमाणे पृथ्वी अुपर आ रेखाओ दोरवाथी ग्रहणनी पूर्व-पश्चिम मर्यादारेखाओ तैयार थाय छे। सामान्य रिवाज अेवो छे के नीचे प्रमाणे पश्चिमनी त्रण अने पूर्वनी त्रण अेम ६ मर्यादारेखाओ दोरवामां आवे छे। (१) सूर्योदये मोक्ष, (२) सूर्योदये मध्य अने (३) सूर्योदये स्पर्श, आ ३ पश्चिमनी रेखाओ। अने (१) सूर्यास्ते मोक्ष, (२) सूर्यास्ते मध्य अने (३) सूर्यास्ते स्पर्श, आ त्रण पूर्वनी रेखाओ। आवी रीत मर्यादा-रेखाओ अुपरांत छाया-केन्द्र-मार्ग अेटले खग्रास के कंकणग्रहणनी रेखा अेम बधी मळीने ९ रेखाओमांथी जेटली होय तेटली पृथ्वीना नकशा अुपर दोरवामां आवे छे। खरी रीते आने ज **भूमंडल सूर्यग्रहण गणित** अथवा तेनो **नकशो** कहे छे। आवो नकशो चि. अं. १९ मां आपेलो छे ते आपणा चालु अुदाहरण, २१ ऑगस्ट १९३३ ना सूर्यग्रहणनो छे। ग्रहणदर्शनना मर्यादाओ अेक जुदी पद्धतिथी, चि. अं. १७ मां आपी छे। चंद्रग्रहणमां पृथ्वीनी छायामां चंद्र प्रवेश करीने तेमांथी बहार नीकळी जाय छे, ते पद्धतिथी चि. अं. १७नी आकृति दोरेली छे। फरक अेटलो ज के अहीं पृथ्वीनी छायाने बदले पृथ्वीनो गोळो पोते ज छे अने चंद्रने बदले तेनी विरल छाया छे। चि. अं. १७ मां दोरेलो सौथी मोटो गोळो पृथ्वीनो छे अने तेना अुपर थअीने पसार थतां वर्तुलो चंद्रनी विरल छायानां छे। आ छायाना प्रवासथी बनता पट्टानी बंने तरफनी किनारीओ ते ग्रहणदर्शननी अुत्तर अने दक्षिण मर्यादाओ बने छे। अने आ छाया पृथ्वीने ज्यां सौथी पहेलो स्पर्श करे छे, ते पश्चिमनी मर्यादा रेखा बने छे। तथा छाया सौथी छेल्ले पृथ्वीने ज्यां अडकीने पृथ्वीने छोडी जाय छे त्यां ग्रहणनी पूर्व मर्यादा बने छे। आ बधी बाबतो चि. अं १७ जोवाथी स्पष्ट थशे।

अुदाहरण। ता. ९ मे १९४८नुं सूर्यग्रहण

आ ग्रहण कंकणाकृति छे, पण हिंदुस्तानमां ते खंड-ग्रास देखावानुं छे अने हिंदुस्तानना केटलाक भागमां ते ग्रस्तोदय देखावानुं छे। आवा प्रसंगोअे ग्रस्तोदय के ग्रस्तास्त बतावती लीटी पर आवेलां स्थळोनुं गणित केवी रीते करवुं अने ते लीटी केवी रीते दोरवी ते अमे नीचे बतावीअे छीअे।

(१) **पगथियुं पहेलुं**। पहेलां गमे ते अक्षांश पसंद करो अने पछी ते अक्षांश पर आवेलां स्थळोने सूर्योदय के सूर्यास्त थवानो स्थानिक काल काढो। (ग्रस्तोदय ग्रहण माटे सूर्योदय, अने ग्रस्तास्त ग्रहण माटे सूर्यास्त) आनी रीत अमारा पुस्तक खगोलगणित भाग २, प्रकरण २जामां आपी छे।

अुदाहरण। धारो के २० अक्षांश लीधा। आपणा अुदाहरणनुं ग्रहण ग्रस्तोदय छे, तेथी २० अक्षांशवाळां स्थळोअे ता. ९ मी मे १९४८ ने दिने सूर्योदय थवानो स्थानिक काल काढीअे। आ दिवसे सूर्यनी क्रान्ति अु. १७° १८' छे। हवे खगोलगणित भाग २, पृष्ठ ७२ अने ७३ मां आपेलुं कोष्टक ४ थुं जुओ। तेमांथी २० अक्षांश अने १७°१८' सूर्यक्रान्ति माटे चर २६ मिनिट मळे छे। सूर्यक्रान्ति अु होवाथी सूर्योदयनो स्थानिक काल ६ क. ० मि.-२६ मि.=५ क. ३४ मि. आव्यो। आ समय अर्धु सूर्यबिंब अुगवानो आव्यो। बिंबनी अुपली किनारी १ मि वहेली अेटले ५ क. ३३ मि. स्था. समये अुगशे अने किरणवक्रीभवनने लीधे ते आपणने २ मि वहेली अेटले ५ क. ३१ मि. स्था. समये देखाशे। अर्थात् ग्रहणने दिवसे २० अक्षांशवाळां स्थळोअे

सूर्यबिंबनी आगली किनारी ५ क. ३१ मि. स्थानिक समय अगतां देखाशे!

(२) पगथियुं बीजुं। हवे आ लेखमां अिष्ट अक्षवृत्त पर अपरनो स्थानिक समय बतावतुं बिंदु लो। हवे अेक कंपास लो अने तेने चंद्रविरल छायानी त्रिज्या जेटलुं अघाडो। पछी अक्षवृत्त पर आवेला उपला बिंदु पर कंपासनी अेक अणी मूकीने तेनी बीजी अणी चंद्रछायाकेन्द्रमार्ग पर मूको अने आ बीजी अणी जे बिंदु पर पडे ते बिंदु वडे दर्शावातो स्टांडर्ड टाअिम काढो। आ स्टां. टा. अने अपला स्था. स. नी बादबाकी करीने रेखांश काढो (जेवी रीते स्पर्श अने मोक्ष वृत्तो माटे रेखांश काढया हता तेवी ज रीत)। आ रेखांश अने अिष्ट अक्षांश वाळुं स्थळ ग्रस्तोदय के ग्रस्तास्त ग्रहण देखावानी सरहद पर आवेल छे। आ प्रमाणे बीजा अक्षांशो लअीने ते परनां स्थळोना रेखांश काढो। आ अक्षांश अने रेखांश वाळां स्थळोने पृथ्वीना के देशना नकशा पर दर्शावो अने ते बधांने जोडती लीटी दोरो। आ लीटीनी पश्चिमे ग्रस्तोदय के पूर्वे ग्रस्तास्त ग्रहण देखाशे अने ते करतां अलटी बाजुअे स्पर्श के मोक्ष देखाशे।

अदाहरण। आपणा अदाहरणमां रेखीय चंद्रविरलछायात्रिज्यानुं गणित करवाथी ते ·५५ आवे छे। आपणो अेकम १० अिंच लअीअे तो आ ५·५ अिंच थशे। कंपासने ५·५ अिंच उघाडवुं। पछी २०°ना अक्षवृत्त पर ५ क. ३१ मि. स्था. स. बताबता बिंदु पर कंपासनी अेक अणी मूकीने बीजी अणी चंद्रछायाकेन्द्रमार्ग पर मूकी, तो आ बीजी अणी जे बिंदु पर पडी ते बिंदु स्टा. टा. ५ क. ४१ मि. बतावे छे। आमांथी स्था. स. ५ क. ३१ मि. बाद करवाथी १० मि. आवी। तेने ४ थी भागवाथी २½ अंश आव्या। अहीं स्था. स करतां स्टा. टा. वधारे छे, तेथी रेखांश=८२½ −२½=८० अंश। आवी रीते आवेलुं २० अक्षांश अने ८० रेखांशवाळुं स्थळ हिंदुस्तानना नकशा पर बतावो। आ प्रमाणे बीजा अक्षांशो परनां स्थळो नकशा पर मूकीने अे बधांने जोडवाथी जे लीटी आवी ते हिंदुस्तानना नकशा अपर दोरवाथी ग्रस्तोदय ग्रहण बतावती लीटी आवशे। स्पर्शकाळ अने मोक्षकाळ बतावती लीटीओने हिंदुस्तानना नकशा अपर दोरवानी रीत अपर आवी गअी छे तथा ते नकशो पण आप्यो छे (चि. अं. १५), तेना जेवी ज आ रीत होवाथी तेनी आकृति आपी नथी।

अक्षवृत्तनां पूर्वापर 'क्ष' अवच्छेदको अने याम्योत्तर 'य' अवच्छेदको काढवा माटेनां कोष्टको.

पृ. ६ थी ८ मां प्रकरण ४ थामां अक्षवृत्तना 'क्ष' अने 'य' अवच्छेदको काढवानी रीत आपी छे तेमां जे कोष्टकोनी जरूर पडे छे ते नीचे आप्यां छे। तेमां अक्षांश मात्र हिंदुस्तान माटेना अेटले अुत्तर ६ थी ३६ सुधीना आपवामां आव्या छे, पण हिंदुस्ताननी बहारना देशोना गणित माटे अथवा चि. अं. १९ मां बतावी छे तेवी आखी पृथ्वीनी (भूमंडल) आकृतिना गणित माटे कोष्टकोने बदले वापरवानां सूत्रो (फॉर्म्युला) कोष्टकोने तळिये आपवामां आव्यां छे ते प्रमाणे गणित करवुं। आ सूत्रो समजाव खातर अेकसाथे नीचे आपवामां आव्यां छे:—

(१) क्ष=नतकालकोणभुजज्या×अक्षांशकोटिज्या

(२) अ=अक्षांशभुजज्या

(३) ब=अक्षांशकोटिज्या×नतकालकोणकोटिज्या

(४) य=(अ×रविक्रांतिकोटिज्या)
−(ब×रविक्रांतिभुजज्या)

अहीं भुजज्या=Sine। अने घणी वार 'ज्या' पण कहे छे। कोटिज्या=Cosine। नतकाल=इष्टकाल अने स्पष्ट मध्यान्हनी वच्चेनो समय। स्पष्ट मध्याह्न= स्थानिक मध्यम मध्यान्ह (स्थानिक घडियाळना १२ कलाक)+वेलांतर। वेलांतर माटे तथा आ आखा विषयना वधारे विस्तार माटे जुओ अमारूं खगोळ गणित भाग बीजो, पृ. ११ थी २४। नतकाल कलाक, मिनिटेमां आवे छे, १ कलाक=१५ अंश अे हिसाबे तेनां अंश, कला करी लेवां। नीचे आपेलां बंने कोष्टकोमां आपेला कलाको स्पष्टकालना छे, अेटले स्पष्ट मध्यान्हे १२ क. ० मि. ० से. ने हिसाबे गणेला छे। नतकालकोण स्पष्ट मध्यान्हनी पछी धन (+) अने स्पष्ट मध्यान्हनी पहेलां ऋण (−) गणवामां आवे छे। अुत्तर अक्षांश धन अने दक्षिण अक्षांश ऋण गणवामां आवे छे।

अक्षवृत्तना पूर्वापर 'क्ष' अवच्छेदको
अुपकरण बे : (१) अक्षांश, (२) स्पष्टकाल

	१८	१९	२०				
कलाक	१८	१७	१६	१५	१४	१३	१२
	६	७	८	९	१०	११	१२
अक्षांश	६	५	४				
३६	·८०९	७८१	७०१	५७२	४०५	२०९	०
३४	·८२९	८०३	७१८	५८६	४१४	२१५	०
३२	·८४८	८१९	७३४	६००	४२४	२२०	०
३०	·८६६	८३६	७५०	६१२	४३३	२२४	०
२८	·८८३	८५३	७६५	६२४	४४१	२२८	०
२६	·८९९	८६८	७७८	६३५	४४९	२३३	०
२४	·९१४	८८२	७९१	६४६	४५७	२३७	०
२२	·९२७	८९६	८०३	६५६	४६४	२४०	०
२०	·९४०	९०८	८१४	६६४	४७०	२४३	०
१८	·९५१	९१९	८२४	६७२	४७६	२४६	०
१६	·९६१	९२८	८३२	६८०	४८१	२४९	०
१४	·९७०	९३७	८४०	६८६	४८५	२५१	०
१२	·९७८	९४५	८४७	६९१	४८९	२५३	०
१०	·९८५	९५१	८५३	६९६	४९२	२५५	०
८	·९९०	९५६	८५८	७००	४९५	२५६	०
६	·९९५	९६१	८६१	७०३	४९७	२५७	०

क्ष=नतकालकोणभुजज्या×अक्षांशकोटिज्या

अक्षवृत्तना याम्योत्तर " य " अवच्छेदको

उपकरण बे: (१) उत्तर अक्षांश, (२) स्पष्टकाल

य= (अ×रविक्रांतिकोटिज्या)−(ब×रविक्रांतिभुजज्या)

उत्तर अक्षांश	अनो लाघवांक	कलांक / अक्षांश	६ / १८	७ / १७	८ / १६	९ / १५	१० / १४	११ / १३	१२ / १२
३६	९.७६९२	३६	...	९.[illegible]२१०	९.६०७०	९.७५७५	९.८४५५	९.८९२९	९.९०८०
३४	९.७४७६	३४	...	९.३३१६	९.६१७५	९.७६८०	९.८५६१	९.९०३५	९.९१८६
३२	९.७२४२	३२	...	९.३४१४	९.६२७४	९.७७७९	९.८६६०	९.९१३४	९.९२८४
३०	९.६९९०	३०	...	९.३५०५	९.६३६५	९.७८१०	९.८७५१	९.९२२५	९.९३७५
२८	९.६७१६	२८	...	९.३५८९	९.६४४९	९.७९५४	९.८८३५	९.९३०९	९.९४५९
२६	९.६४१८	२६	...	९.३६६६	९.६५२६	९.८०३१	९.८९१२	९.९३८६	९.९५३७
२४	९.६०९३	२४	...	९.३७३७	९.६५९७	९.८१०२	९.८९८३	९.९४५७	९.९६०७
२२	९.५७३६	२२	...	९.३८०१	९.६६६१	९.८१६६	९.९०४७	९.९५२१	९.९६७२
२०	९.५३४०	२०	...	९.३८६०	९.६७१९	९.८२२५	९.९१०५	९.९५७९	९.९७३०
१८	९.४९००	१८	...	९.३९१३	९.६७७२	९.८२७७	९.९१५७	९.९६३१	९.९७८२
१६	९.४४०३	१६	...	९.३९५८	९.६८१८	९.८३२३	९.९२०४	९.९६७८	९.९८२८
१४	९.३८३७	१४	...	९.३९९९	९.६८५९	९.८३६४	९.९२४५	९.९७१८	९.९८६९
१२	९.३१७९	१२	...	९.४०३४	९.६८९४	९.८३९९	९.९२७९	९.९७५३	९.९९०५
१०	९.२३९७	१०	...	९.४०६३	९.६९२३	९.८४२८	९.९३०९	९.९७८३	९.९९३३
८	९.१४३५	८	...	९.४०८७	९.६९४७	९.८४५२	९.९३३३	९.९८०७	९.९९५७
६	९.०१९२	६	...	९.४१०६	९.६९६६	९.८४७१	९.९३५१	९.९८२५	९.९९७६

अ=अक्षांशभुजज्या । ब=अक्षांशकोटिज्या×नतकालकोणकोटिज्या

परिशिष्ट

चंद्रग्रहणनुं सूक्ष्म गणित

कोओी पण अमुक आखा प्रदेशने माटे सूर्यग्रहणनुं गणित अेकसाथे करवानी रीत आ पुस्तकमां बतावी छे। अमुक अेक स्थळ माटे सूर्यग्रहणनुं गणित करवानी रीत अमारा पुस्तक **खगोळगणित भाग चोथामां** आपी छे। ते पुस्तकमां चंद्रग्रहणनी रीत पण आपी छे अने ते सरळ बने अे हेतुथी तेमां केटलाक अत्यंत सूक्ष्म संस्कारो छोडी दीधा छे। तेथी ते रीतथी गणित करवाथी कोओी कोओी वखत बे मिनिट सुधीनी स्थूळता आवे छे अेवो अमारो अनुभव छे। ज्यारे ग्रास बहु नानो होय, त्यारे आटली स्थूळता खास आवे छे। मोटा ग्रास वखते ते आवती नथी। आ स्थूळता दूर करवा माटे नीचे चंद्रग्रहणनी सूक्ष्म रीत अमे आपीअे छीअे, ते प्रमाणे गणित करवाथी स्पर्श अने मोक्षना समयो मिनिटना दशांश सुधी नाटिकलनी साथे मळी रहे छे। तेमां लाघवांकनो अुपयोग आवे छे, पण लाघवांक विषेनी समजूती अने तेनां कोष्ठको आ पुस्तकमां आप्यां छे। आ रीत माटे आपेला अुदाहरणमां सूक्ष्मता माटे अमे चेम्बरनां कोष्ठकोमांथो सात दशांश स्थळवाळा लाघवांक वापर्या छे, पण पुस्तकमां आपेला चार दशांश स्थळवाळा लाघवांक वापरवाथी पण ग्रहणना समयो अेक मिनिटनी अंदर आवी रहेशे।

रीतमां भूभानो ५०० मो भाग बाद करवानुं कह्युं छे, ते माटेनो अुल्लेख **सूचनामां** आप्यो छे। अे पुस्तक वाचकने न मळे, तो ते विषे अहीं टूंकमां कहीअे छीअे। पृथ्वी बराबर गोळ नथी, तेनो ध्रुव आगळनो व्यास विषुववृत्तना व्यासना ३०० मा भाग जेटलो ओछो छे। चंद्रनुं परमलंबन विषुववृत्तीय छे, तेथी आखी पृथ्वीने माटे सरासरी तेनो ५०० मी भाग अहीं लीधो छे। नाटिकल ५०० ने बदले ६०० मो भाग ले छे अेम जूनां नाटिकलोमां आपेली चंद्रग्रहणनी समजुती परथी मालूम पडे छे।

चंद्रग्रहणना सूक्ष्मगणितनां सूत्रो (फोर्म्युला) नीचे प्रमाणे छे:—

(१) प=शरगति (धनर्णचिन्हरहित)। म=चंद्रगति। स=सूर्यगति। प÷(म−स)=स्प (tan) क (लघु actue ∠ लो)।

(२) (म−स) × छे (sec) क=न

(३) ल=शर (धनर्णचिन्ह रहित)। ल×प÷न^{२}=पर्वसंस्कार.

(४) पर्वान्त±पर्वसंस्कार=ग्रहण मध्यकाल। (±माटे खगोलगणित, भा. १, पृ. ४३, के. ४ जुओ)

(५) ल×(म−स)÷न=क्ष

(६) $\frac{५१}{५०}$ { $\frac{४९९}{५००}$ × चंद्रपरम लंबन + सूर्यपरम लंबन − सूर्यबिंबार्ध } + चंद्रबिंबार्ध = ग

(७) ग−क्ष=परमग्रास

(८) $\frac{\text{परमग्रास}}{\text{चंद्रबिंब}}$ = ग्रहणनुं महत्त्व

(९) √(ग−क्ष) (ग+क्ष) ÷ न=स्थित्यर्ध

(१०) मध्यकाल−स्थित्यर्ध=आसन्न स्पर्शकाल

मध्यकाल+स्थित्यर्ध=आसन्न मोक्षकाल

(११) आसन्न स्पर्शकालना समयनुं चंद्रपरमलंबन काढीने उपरनां (६) थी (१०) सुधीनां पगथियां फरीने करवाथी **सूक्ष्म स्पर्शकाल** आवशे। ते ज प्रमाणे **सूक्ष्म मोक्षकाल** काढशो।

सूचना—(१) उपर (६) मां $\frac{४९९}{५००}$ × चंद्रपरमलंबन कह्युं छे तेना कारण माटे जुओ R. S. Ball's spherical Astronomy, P. 347.

(२) नाटिकल आल्मनाक (ग्रीनिचनुं) ग्रहणोना गणित माटे पोताना सूर्य, चंद्र अने चंद्रशरमां अमुक बीजसंस्कार करे छे, ते माटे तेनुं Explanation, Eclipses अे भाग जुओ।

अुदाहरण । ता. २३ अेप्रिल १९४८ ना चंद्रग्रहणनुं गणित ।

(१) नीचेनी बधी गतिओ अेक कलाकनी छे। प=−१८९·४″ । म=२०९०·८″ । स=१४६·१″ । म-स=१९४४·७″ । ला ८प क=ला प−ला (म−स)=२·२७७३८०० −३·२८८८५२६=८·९८८५२७४ । क=५° ३३·७६०′ ।

(२) ला न=ला (म−स)+ला छे क=३·२८८८५२६ +१०·००२०४९९=३·२९०९०२५ । न=१९५३·९″

(३) गतिओ कलाकनी लीधेली होवाथी पर्वसंस्कार कलाकमां आवशे । तेने सेकंडमां लाववा माटे ३६००थी गुणवा । ल= +३५४३·७″ । ला पर्वसंस्कार=ला ३६०० +ला ल+ला प−२ ला म=३·५५६३०२५+३·५४९४५६९ +२·२७७३८००−६·५८१८०५०=२·८०१३३४४ । पर्व-संस्कार=+६३३ से.=+१० मि ३३ से.

(४) पर्वान्त=१३ क. २८ मि. १६ से. । मध्य-काळ=पर्वान्त+पर्वसंस्कार=१३ क. ३८ मि. ४९ से.

(५) ला क्ष=ला ल+ला (म-स)−ला न=३·५४९४ ५६९+३·२८८८५२६−३·२९०९०२५=३·५४७४०७० । क्ष=३५२७·०१″=५८′४७·०१″

(६) अहीं $\frac{४९९}{५००}$ थी गुणवा माटे ५०० मो भाग बाद करवो अने $\frac{५१}{५०}$ थी गुणवा माटे ५० मो भाग अुमेरवो । चंद्रपरमलंबन=५८′४३·३″ । आमांथी आनो ५०० मो भाग ७·०५″ बाद करवाथी ५८′ ३६·२५″ आव्या । सूर्यपरमलंबन=८·७″ । सूर्यबिंबार्ध=१५′५४·१″ । ५८′३६·२५″+८·७″−१५′५४·१″=४२′ ५०″·८५ । आमां आनो ५० मो भाग ५१·४२″ अुमेरवाथी ४३′ ४२·२७″ आव्या । तेमां चंद्रबिंबार्ध=१५′५९·३″ अुमेरवाथी ग=५९′ ४१·५७″

(७) परमग्रास=ग−क्ष=३५८१·५७″−३५२७·०१″=५४·५६″

(८) ग्रहणनुं महत्त्व=परमग्रास÷चंद्रबिंब=५४·५६÷१९१८·६=·०२८ । (अुपर चंद्रबिंबार्ध आप्युं छे तेनी विकळा करीने बमणुं करवाथी चंद्रबिंब आव्युं ।)

(९) अहीं बधा आंकडा कलाकना होवाथी स्थित्यर्ध कलाकमां आवशे। तेनी सेकंड करवा तेने ३६०० थी गुणवा । ग−क्ष=५४·५६″ अे (७)मां आवी गयेल छे। तेवी ज रीते ग+क्ष=७१०८·५८″ । ला स्थित्यर्ध=ला ३६००+½ [ला (ग−क्ष) +ला (ग+क्ष)]−ला न=३·५५६३०२५+½ [१·७३६८७४४+३·८५१७८२९] −३ २९०९०२५=३·०६०२३७९ । स्थित्यर्ध=११४७ से. =१९ मि. ७ से.

(१०) आसन्न स्पर्शकाल=मध्यकाल−स्थित्यर्ध=१३ क. ३८ मि. ४९ से.−१९ मि. ७ से.=१३ क. १९ मि. ४२ से. अने आसन्न मोक्षकाल=मध्यकाल+स्थित्यर्ध =१३ क. ५७ मि. ५६ से.

(११) आमां कह्या प्रमाणे करवाथी **सूक्ष्म स्पर्शकाल** =१३ क. १९ मि. ३९ से. अने **सूक्ष्म मोक्षकाल**= १३ क. ५७ मि. ४६ से. आवे छे।

ग्रीनिचनुं नाटिकल आलमनाक ग्रहणना स्पर्श, मध्य अने मोक्षना समयो मिनिटना दशांश सुधी आपे छे, त्यां सुधी अुपरना समयो तेनी साथे बराबर मळी रहे छे। ग्रहणनुं महत्त्व पण बराबर आवे छे।

लाघवांक

१ अर्वाचीन विज्ञानोनां सूक्ष्म गणितोमां दशांश गणित अने लाघवांकनी जरूर पडे छे। सामान्यत: दशांश-गणितथी आपणे परिचित छीअे, अेटले अहीं लाघवांक विषे विचारीशुं।

दशांश रीते गणित करवुं सरळ छे। दशांश अुपरांत लाघवांकना अुपयोगथी गणितमां खूब सरळता आवे छे। अंग्रेजीमां बधां बीजगणित अने अंकगणितमां लाघवांक विषे लखेलुं होय छे। गणितना सामान्य गूजराती अभ्यासीने सरळतो थाय अे हेतुथी अमे अहीं गूजरातीमां लाघवांक पद्धति समजावीअे छीअे।

लाघवांकपद्धतिने अुदाहरणोथी बने तेटली स्पष्ट करवा प्रयत्न कर्यो छे। आम छतां कोअी स्थळे समजण न पडे तो माध्यमिक शाळाना कोअीपण गणित-शिक्षकने पूछवाथी मुश्केली दूर थशे।

गूजरातीमां प्रसिद्ध अंकगणितोमां आपेला वांकडिया गुणाकार जाणनार पण आ पुस्तकनुं गणित करी शके छे। आ पद्धति अथवा लाघवांकपद्धति न जाणनार गणित नहीं करी शके अेवुं नथी, पण सामान्य गुणाकार भागाकारनी रीते गणित करवुं खूब खूब लांबु अने भ्रमजनक थअी पडे तेम छे; माटे ज अमे अहीं लाघवांक पद्धति आपी छे।

२. लाघवांकपद्धतिमां गुणाकारने स्थाने सरवाळो, भागाकारने बदले बादबाकी, वर्गने ठेकाणे बमणा करवा अने वर्गमूळ होय त्यां अर्धा करवा, व० सहेली रीतो योजवामां आवे छे। पाठकने सरवाळा, बादबाकी, गुणाकार अने भागाकार बराबर आवडता हशे तो कशी ज मुश्केली अूभी नहीं थाय।

३. अेक संख्या लअीअे। धारो के अे 'क' छे। कना लाघवांकने 'लाघवांक क' कहे छे अने ते संक्षेपमां लाक लखाय छे। हवे जो लाक=च होय (अेटले के क नो लाघवांक च होय। तो क ने चनो प्रतिलाघवांक कहे छे। अने तेथी 'क=प्रतिलाघवांक च' अथवा टूंकामां क=प्रतिलाच लखाय छे।

अुदा० २ नो लाघवांक ·३०१० छे. माटे ला. २ = ·३०१० अने तेथी २ = प्रतिला ·३०१० छे।

४. क अने प बे संख्या लअीअे, तो ला (क × प) = ला क + ला प थाय छे। अेटले के बे संख्याना गुणाकारनो लाघवांक ते बे संख्याओना लाघवांकना सरवाळानी बराबर होय छे।

अुदा० बे संख्या २ अने ३ लअीअे। ला २= ·३०१० अने ला ३ = ·४७७१ छे। माटे

ला ६ = ला (२ × ३)
= ला २ + ला ३
= ·३०१० + ·४७७१
= ·७७८१ छे।

५ बे संख्याना भागाकारनो लाघवांक ते संख्याओ पैकीनी भाज्य संख्याना लाघवांकमांथी भाजक संख्यानो लाघवांक बाद करवाथी आवे छे। आम

$ला \frac{क}{प} = ला\ क - ला\ प$ थाय छे।

अुदा० $ला \frac{३}{२} = ला\ ३ - ला\ २$
= ·४७७१ − ·३०१०
= ·१७६१ छे।

६. वर्ग, घन अने वर्गमूळ, घनमूळ व०ना लाघवांक नीचे प्रमाणे काढवामां आवे छे।

$ला\ (क)^{२} = २\ ला\ क$

$ला \sqrt{क} = \frac{१}{२}\ ला\ क$

$ला\ (क)^{३} = ३\ ला\ क$

अने $ला \sqrt[३]{क} = \frac{१}{३}\ ला\ क$

$ला\ (क)^{४} = ४\ ला\ क$, व०

$ला \sqrt[४]{क} = \frac{१}{४}\ ला\ क$

व० लखाय छे।

(नोंध:—क अुपर लखेली संख्या घातांक दर्शावे छे)

(जुओ लेखांक ९)। २३६·८ नो सार्थांक २३६८ छे। अना २३, ६ अने ८ विभाग लखीओ। आपेला कोष्टकमां पहेला खानामां २३ नुं स्थान क्यां छे ते जुओ। पछी बीजा खानामां ६ नीचे लखेला आंकडाओनी अुभी हारने २३ अंकवाळी आडी हार क्यां मळे छे ते जुओ। आम आवती संख्या नोंधी लो। अहीं आ संख्या ·३७२९ छे. (दशांशचिन्ह अटला माटे के आ आपेली रकमना लाघवांकनो अपूर्णांक दशांश भाग छे. जुओ पृ ३५) पछी सामान्य फरकवाळा त्रीजा खानामां ८ नीचे लखेला आंकडाओनी अुभी हारने २३ अंकवाळी हार पाछी क्यां मळे छे ते तपासो। आवेली रकमने पहेलां आवेलो रकममां अुमेरी दो। अहीं आ रकम १५ छे तेने पहेलांनी ·३७२९ मां अुमेरतां ·३७४४ लाघवांक अपूर्णांक संख्या आवे छे. (३७२९ मां १५ अुमेरी दशांशचिन्ह मूकवुं)। आमां पूर्णांक अुमेरतां पूरो लाघवांक आवे छे। आम ला २३६·८ = २·३७४४ छे।

आपणे नीचे मूजब हारो जोअी हती।

	अंक	लाघवांक
	२३,६	३७२९
तफावत	८	१५
	२३६८	३७४४

अने पछी लाघवांक आगळ दशांशचिन्ह मूकतां ला २३६·८ = २·३७४४ थाय छे।

(२) ला ·०२४८३ नी पूर्णांक संख्या $\bar{२}$ छे।

सार्थांक २४८३ ना लाघवांकनी अपूर्णांक संख्या नीचे प्रमाणे छे।

	अंक	लाघवांक
	२४८	३९४५
तफावत	३	५
	२४८३	३९५०

अने आम ला ·०२४८३ = $\bar{२}$ ·३९५० छे।

(नोंध : बतावेली रीतमां अंक तफावत अुमेरतां पहेलां अंक संख्या १० गणी करी लअीअे छीअे। नहीं तो २३६ मां ८ अुमेरतां २३६८ क्यांथी थाय?। बीजुं, लाघवांक संख्यामां तफावतनी रकमनो हिसाब गणी पाछळथी आवेली रकमनी आगळ दशांशचिन्ह मूकीअे छीअे।)

अेक वधु अुदाहरण लअीअे।

१७६७९०० नो अने ·१७६७९ ना लाघवांक शोधो।

बंने रकमना सार्थांक १७६७९ छे। पहेला चार आंकडा राखी १७६८ ना (कारण के छेल्लो आंकडो ५ करतां वधु होवाथी १७६७ ने बदले १७६८) लाघवांकनो दशांश अपूर्णांक भाग काढो। कोष्टकमां जोतां आ संख्या ·२४७५ छे। लाघवांकना पूर्णांक साथे गणतां

ला १७६७९०० = ६ ·२४७५ अने

ला ·१७६७९ = $\bar{१}$ ·२४७५ थाय छे।

११. हवे लाघवांकनी मददथी गुणाकार, भागाकार, वर्ग, वर्गमूळ व० केवी रीते शोधी शकाय छे ते अुदाहरणोथी स्पष्ट करीअे छीअे।

अुदा० ५·०२८ × ·१७६७९ ; ५·०२८ ÷ ·१७६७९, (·१७६७९)^2, (·१७६७९)^3, $\sqrt{·१७६७९}$ अने $\sqrt[3]{·१७६७९}$ नी किंमत सार्थांकना ४ आंकडा सुधी काढो।

अ. ला (५·०२८ × ·१७६७९)

= ला ५·०२८ + ला ·१७६७९

= ·७०१४ + $\bar{१}$ ·२४७५ (जुओ ले. ९ अने १०)

= ·७०१४ + (− १ + ·२४७५) (लेखांक ८)

= ·७०१४ − १ + ·२४७५

= − १ + ·९४८९ = $\bar{१}$ ·९४८९

अेटले ५·०२८ × ·१७६७९ अे $\bar{१}$ ·९४८९ नो प्रतिलाघवांक छे (लेखांक २)

लाघवांकना कोष्टकमांथी ·९४८९ ना प्रतिलाघवांकना सार्थांक शोधो। ·९४८९ माटे सार्थांक ८८९० छे। आपणे जे रकम शोधीअे छीअे तेना लाघवांकनी पूर्णांक संख्या $\bar{१}$ छे माटे ८८९० सार्थांक आपनारी रकम ·८८९० होवी जोअीअे।

माटे ५·०२८ × ·१७६७९ = ·८८९०

आ. ला (५·०२८ ÷ ·१७६७९)

= ला ५·०२८ − ला ·१७६७९

= ·७०१४ − $\bar{१}$·२४७५

= ·७०१४ − (−१ + ·२४७५)

= ·७०१४ + १ − ·२४७५ (अहीं −(−१) = +१ थाय छे)

= १·४५३९

लाघवांकनो अपूर्णांक भाग ·४५३९ आपनार सार्थांक, लाघवांकना कोष्टकने आधारे २८४४ छे। शोधवानी रकमना लाघवांकनी पूर्णांक संख्या +१ छे माटे ते रकम २८·४४ होवी जोअीअे।

आम ५·०२८ ÷ ·१७६७९ = २८·४४ छे।

अि. ला (·१७६७९)² = २ ला ·१७६७९

= २ × $\bar{१}$·२४७५

= २ × (−१ + ·२४७५)

= −२ + ·४९५०

= $\bar{२}$·४९५०

= ला ·०३१२६ (कोष्टकमांथी)

माटे (·१७६७९)² = ·०३१२६

अी. ला (·१७६७९)³ = ३ ला ·१७६७९

= ३ × $\bar{१}$·२४७५ = ३ × (−१ + ·२४७५)

= −३ + ·७४२५ = $\bar{३}$·७४२५

= ला ·००५५२७

माटे (·१७६७९)³ = ·००५५२७

अु ला √·१७६७९ = ½ ला ·१७६७९

= ½ × $\bar{१}$·२४७५

= ½ × (−१ + ·२४७५)

= ½ × (−२ + १·२४७५) (ध्यान राखो −१ = −२ + १)

= −१ + ·६२३८

= $\bar{१}$·६२३८ = ला ·४२०६ (कोष्टकमांथी)

माटे √·१७६७९ = ·४२०६

अू. ला ∛·१७६७९ = ⅓ ला ·१७६७९

= ⅓ × ($\bar{१}$·२४७५) = ⅓ × (−१ + ·२४७५)

= ⅓ × (−३ + २·२४७५) (ध्यान राखो)

= −१ + ·७४९२

= $\bar{१}$·७४९२ = ला ·५६१३ (कोष्टकमांथी)

माटे ∛·१७६७९ = ·५६१३

'अु' अने 'अू' मां लाघवांक अपूर्णांकने धन (+) राखवा युक्ति करवी पडी छे ते अभ्यासीओ ध्यानमां राखे। ओओोता पूर्णांक अुमेरी आ रीते हिसाब करवा खूब ज अगत्यनुं होवाथी अे विषे पूरतो ख्याल राखवो आवश्यक छे।

स्वाध्याय माटे प्रश्नः—

१. ∜२४·७ शोधो।

२. $\dfrac{√५ × ∛७}{∜६ × ∜९}$ शोधो।

३. ·०००६७ × (२४५८९)^⅓ शोधो।

४. $\dfrac{२४१·९}{·०१४७}$ शोधो

अुत्तर (१) १·८९९, (२) १·७६१ (३) १·३१६ अने (४) १६४६०

× × ×

१२. हवे लाज्या अने लाकोज्या विषे थोडी वात करी लअीअे। ज्या, कोज्या, लाज्या, व० नां कोष्ठको वांचवानी रीत अेक ज छे माटे अहीं लाघवांकने लगती लाज्या व० नी वात मुख्यत्वे करीशुं।

त्रिकोणमितिना आधारे कोअीपण खूणानी ज्या तेना कोटिखूणानी कोज्या बराबर छे। अेटले के ज्या २३° ५२' = कोज्या (९०° − २३° ५२') = कोज्या ६६° ८ छे। अने कोज्या ५२° ३२' ४७" = ज्या (९०° − ५२° ३२' ४७") = ज्या ३७° २७' १३" छे।

लाज्या अने लाकोज्यामां पण आज नियम छे। कोष्टकमां लाज्या आपवामां आवे छे। लाकोज्यानी किंमत लाज्याने आधारे नक्की करी लेवाय छे।

अुदाहरण लअीअे।

(१) २२° ४०' नी लाज्या अने लाकोज्या काढो।

कोष्टकमां पहेला खानामां अूभी लीटीअे अंश छे। बीजा खानामां आडी लीटीअे ६–६ ने अंतरे कळा आपी छे अने त्रीजा खानामां सामान्य फरक दर्शावती १ थी ५ कळा आपी छे। आ बंने खानांना कळाओना आंकडा नीचे, अंशने अनुसरता लाघवांक आपवामां आव्या छे। अहीं अपूर्णांक लाघवांक भाग सामे पूर्णांक संख्या (जेनी वात पछीथी करी छे।) पहेला खानानी ओडेना ०' वाळा खानामां आपवामां आवी छे। अुदाहरणवाळी रकमना आंकडा लअीअे।

लाज्या

	०'	६'	१२'	१८'	२४'	३०'	३६'	४२'	४८'	५४'	१'	२'	३'	४'	५'
२१°	९.५५४३	५५६३	५५८३	५६०२	५६२१	५६४१	५६६०	५६७९	५६९८	५७१७	३	६	१०	१३	१६
२२°	९.५७३६	५७५४	५७७३	५७९२	५८१०	५८२८	५८४७	५८६५	५८८३	५९०१	३	६	९	१२	१५
६७°	९.९६४०	९६४३	९६४७	९६५०	९६५३	९६५६	९६५९	९६६२	९६६६	९६६९	१	१	२	२	३
६८°	९.९६७२	९६७५	९६७८	९६८१	९६८४	९६८७	९६९०	९६९३	९६९६	९६९९	०	१	१	२	२

२२° वाळा आडा खानाने ४०' वाळुं ऊभुं खानुं क्यां मळे छे ओ जुओ। कोष्टकमां ४०' वाळुं खानुं नथी। ३६' वाळुं छे। ४२' वाळुं पण लओ शकाय छे। आम २२° ३६' नी लाज्यानो दशांश अपूर्णांक भाग ५८४७ छे ज्यारे २२° ४२' नो ५८६५ छे। आपणे ४०' लेवी छे अेटले पहेलामां ४' माटेनो फरक ऊमेरवो जोओशे या बीजामांथी २' नो फरक बाद करवो पडशे। ४' अने २' ना फरक माटेना लाघवांक अनुक्रमे १२ अने ६ छे माटे २२° ३६' + ४' नी लाज्यानो दशांश अपूर्णांक ५८४७ + ६ = ५८५३ थशे अने २२° ४२' - २' नी ५८६५ - १२ = ५८५३ आवशे। आ बंने जवाब सरखा छे। सरखा होवा ज जोओओ। कदी कदी छेल्ला आंकडामां १ नो फरक आवे छे पण ते .०००१ होओ ऊपेक्षणीय छे। पूर्णांक मूकतां लाज्या २२° ४०' = ९.५८५३ थाय छे।

कोज्या २२° ४०' = ज्या (९०° - २२° ४०') = ज्या ६७° २०' छे माटे लाकोज्या २२° ४०' = लाज्या ६७° २०' छे।

आनी गणतरी:—

लाज्या ६७° १८' = ९.९६५०
फरक २' = .०००१
लाज्या ६७° २०' ९.९६५१

अथवा

लाज्या ६७° २४' = ९.९६५३
फरक ४' = .०००२
लाज्या ६७° २०' = ९.९६५१

केटलीक वार विकळा लेवानो प्रसंग ऊभो थाय छे। तेवे समये आपेला अंश अने कळा माटेना लाघवांक शोधी तेमां विकळानो प्रमाणसर आवतो आंकडो ऊमेरवो।

दा. त २२° ३१' ४६" नी लाज्या काढो।

लाज्या २२° ३०' = ९.५८२८
+ फरक १' = .०००३
+ फरक ४६'/६० = .०००२ (१' = ६०" छे अने १' नो फरक .०००३ थी दर्शाव्यो छे)

∴ लाज्या २२° ३१' ४६" = ९.५८३३

आगळ काढी दीधेली पूर्णांक संख्यानी वात लओओ। लाज्याना कोष्टकमां लाज्याना लाघवांक तरीके जे आंकडा आपवामां आव्या छे ते बधामां सरळता खातर १० ऊमेरेला छे। आनो अर्थ ओ छे के लाज्या ६७° २०' = ९.९६५१ - १० छे अने लाज्या २२° ३१' ४६" = ९.५८३३ - १० छे.

लाज्या २४° = १.६०९३ थाय छे पण आम ऋण संज्ञा लखवी अनुकूळ* न होवाथी १ + ६०९३ मां १० ऊमेरी लाज्या = ९.६०९३ लखवामां आवे छे।

× × ×

(३) १२° १६' २९" नो लाकोज्या शोधो।

कोज्या १२° १६' २९" = ज्या ७७° ४३' ३१" छे,
हवे लाज्या ७७° ४२' = ९.९८९९
फरक १' = .००००
माटे फरक ३१" = .००००
लाज्या ७७° ४३' ३१" ९.९८९९

आम लाकोज्या १२° १६' २९" = ९.९८९९ आव्या माटे खरी रीते लाकोज्या १२° १६' २९" = ९.९८९९ - १० छे।

* ज्या २४° = .४०६७
लाज्या २४° = ला .४०६७
= १̄.६०९३

कोष्टक १। लाघवांक

	०	१	२	३	४	५	६	७	८	९	१	२	३	४	५	६	७	८	९
१०	००००	००४३	००८६	०१२८	०१७०	०२१२	०२५३	०२९४	०३३४	०३७४	४	८	१२	१७	२१	२५	२९	३३	३७
११	०४१४	०४५३	०४९२	०५३१	०५६९	०६०७	०६४५	०६८२	०७१९	०७५५	४	८	११	१५	१९	२३	२६	३०	३४
१२	०७९२	०८२८	०८६४	०८९९	९३४	०९६९	१००४	१०३८	१०७२	११०६	३	७	१०	१४	१७	२१	२४	२८	३१
१३	११३९	११७३	१२०६	१२३९	१२७१	१३०३	१३३५	१३६७	१३९९	१४३०	३	६	१०	१३	१६	१९	२३	२६	२९
१४	१४६१	१४९२	१५२३	१५५३	१५८४	१६१४	१६४४	१६७३	१७०३	१७३२	३	६	९	१२	१५	१८	२१	२४	२७
१५	१७६१	१७९०	१८१८	१८४७	१८७५	१९०३	१९३१	१९५९	१९८७	२०१४	३	६	८	११	१४	१७	२०	२२	२५
१६	२०४१	२०६८	२०९५	२१२२	२१४८	२१७५	२२०१	२२२७	२२५३	२२७९	३	५	८	११	१३	१६	१८	२१	२४
१७	२३०४	२३३०	२३५५	२३८०	२४०५	४३०	२४५५	२४८०	२५०४	२५२९	२	५	७	१०	१२	१५	१७	२०	२२
१८	२५५३	२५७७	२६०१	२६२५	२६४८	२६७२	२६९५	२७१८	२७४२	२७६५	२	५	७	९	१२	१४	१६	१९	२१
१९	२७८८	२८१०	२८३३	२८५६	२८७८	२९००	२९२३	२९४५	२९६७	२९८९	२	४	७	९	११	१३	१६	१८	२०
२०	३०१०	३०३२	३०५४	३०७५	३०९६	३११८	३१३९	३१६०	३१८१	३२०१	२	४	६	८	११	१३	१५	१७	१९
२१	३२२२	३२४३	३२६३	३२८४	३३०४	३३२४	३३४५	३३६५	३३८५	३४०४	२	४	६	८	१०	१२	१४	१६	१८
२२	३४२४	३४४४	३४६४	६४८३	३५०२	३५२२	३५४१	३५६०	३५७९	३५९८	२	४	६	८	१०	१२	१४	१५	१७
२३	३६१७	३६३६	३६५५	३६७४	३६९	३७११	३७२९	३७४७	३७६६	३७८४	२	४	५	७	९	११	१३	१५	१७
२४	३८०२	३८२०	३८३८	३८५६	३८७४	३८९२	३९०९	३९२७	३९४५	३९६२	२	४	५	७	९	११	१२	१४	१६
२५	३९७९	३९९७	४०१४	४०३१	४०४८	४०६५	४०८२	४०९९	४११६	४१३३	२	३	५	७	९	१०	१२	१४	१५
२६	४१५०	४१६६	४१८३	४२००	४२१६	४२३२	४२४९	४२६५	४२८१	४२९८	२	३	५	७	८	१०	११	१३	१५
२७	४३१४	४३३०	४३४६	४३६२	४३७८	४३९३	४४०९	४४२५	४४४०	४४५६	२	३	५	६	८	९	११	१३	१४
२८	४४७२	४४८७	४५०२	४५१८	४५३३	४५४८	४५६४	४५७९	४५९४	४६०९	२	३	५	६	८	९	११	१२	१४
२९	४६२४	४६३९	४६५४	४६६९	४६८३	४६९८	४७१३	४७२८	४७४२	४७५७	१	३	४	६	७	९	१०	१२	१३
३०	४७७१	४७८६	४८००	४८१४	४८२९	४८४३	४८५७	४८७१	४८८६	४९००	१	३	४	६	७	९	१०	११	१३
३१	४९१४	४९२८	४९४२	४९५५	४९६९	४९८३	४९९७	५०११	५०२४	५०३८	१	३	४	६	७	८	१०	११	१२
३२	५०५१	५०६५	५०७९	५०९२	५१०५	५११९	५१३२	५१४५	५१५९	५१७२	१	३	४	५	७	८	९	११	१२
३३	५१८५	५१९८	५२११	५२२४	५२३७	५२५०	५२६३	५२७६	५२८९	५३०२	१	३	४	५	६	८	९	१०	१२
३४	५३१५	५३२८	५३४०	५३५३	५३६६	५३७८	५३९१	५४०३	५४१६	५४२८	१	३	४	५	६	८	९	१०	११
३५	५४४१	५४५३	५४६५	५४७८	५४९०	५५०२	५५१४	५५२७	५५३९	५५५१	१	२	४	५	६	७	९	१०	११
३६	५५६३	५५७५	५५८७	५५९९	५६११	५६२३	५६३५	५६४७	५६५८	५६७०	१	२	४	५	६	७	८	१०	११
३७	५६८२	५६९४	५७०५	५७१७	५७२९	५७४०	५७५२	५७६३	५७७५	५७८६	१	२	३	५	६	७	८	९	१०
३८	५७९८	५८०९	५८२१	५८३२	५८४३	५८५५	५८६६	५८७७	५८८८	५८९९	१	२	३	५	६	७	८	९	१०
३९	५९११	५९२२	५९३३	५९४४	५९५५	५९६६	५९७७	५९८८	५९९९	६०१०	१	२	३	४	५	७	८	९	१०
४०	६०२१	६०३१	६०४२	६०५३	६०६४	६०७५	६०८५	६०९६	६१०७	६११७	१	२	३	४	५	६	८	९	१०
४१	६१२८	६१३८	६१४९	६१६०	६१७०	६१८०	६१९१	६२०१	६२१२	६२२२	१	२	३	४	५	६	७	८	९
४२	६२३२	६२४३	६२५३	६२६३	६२७४	६२८४	६२९४	६३०४	६३१४	६३२५	१	२	३	४	५	६	७	८	९
४३	६३३५	६५४५	६३५५	६३६५	६३७५	६३८५	६३९५	६४०५	६४१५	६४२५	१	२	३	४	५	६	७	८	९
४४	६४३५	६४४४	६४५४	६४६४	६४७४	६४८४	६४९३	६५०३	६५१३	६५२२	१	२	३	४	५	६	७	८	९
४५	६५३२	६५४२	६५५१	६५६१	६५७१	६५८०	६५९०	६५९९	६६०९	६६१८	१	२	३	४	५	६	७	८	९
४६	६६२८	६६३७	६६४६	६६५६	६६६५	६६७५	६६८४	६६९३	६७०२	६७१२	१	२	३	४	५	६	७	७	८
४७	६७२१	६७३०	६७३९	६७४९	६७५८	६७६७	६७७६	६७८५	६७९४	६८०३	१	२	३	४	५	५	६	७	८
४८	६८१२	६८२१	६८३	६८३९	६८४८	६८५७	६८६६	६८७५	६८८४	६८९३	१	२	३	४	४	५	६	७	८

कोष्ठक १। लाघवांक

	०	१	२	३	४	५	६	७	८	९	१	२	३	४	५	६	७	८	९
४८	६८१२	६८२१	६८३०	६८३९	६८४८	६८५७	६८६६	६८७५	६८८४	६८९३	१	२	३	४	४	५	६	७	८
४९	६९०२	६९११	६९२०	६९२८	६९३७	६९४६	६९५५	६९६४	६९७२	६९८१	१	२	३	४	४	५	६	७	८
५०	६९९०	६९९८	७००७	७०१६	७०२४	७०३३	७०४२	७०५०	७०५९	७०६७	१	२	३	३	४	५	६	७	८
५१	७०७६	७०८४	७०९३	७१०१	७११०	७११८	७१२६	७१३५	७१४३	७१५२	१	२	३	३	४	५	६	७	८
५२	७१६०	७१६८	७१७७	७१८५	७१९३	७२०२	७२१०	७२१८	७२२६	७२३५	१	२	२	३	४	५	६	७	७
५३	७२४३	७२५१	७२५९	७२६७	७२७५	७२८४	७२९२	७३००	७३०८	७३१६	१	२	२	३	४	५	६	६	७
५४	७३२४	७३३२	७३४०	७३४८	७३५६	७३६४	७३७२	७३८०	७३८८	७३९६	१	२	२	३	४	५	६	६	७
५५	७४०४	७४१२	७४१९	७४२७	७४३५	७४४३	७४५१	७४५९	७४६६	७४७४	१	२	२	३	४	५	५	६	७
५६	७४८२	७४९०	७४९७	७५०५	७५१३	७५२०	७५२८	७५३६	७५४३	७५५१	१	२	२	३	४	५	५	६	७
५७	७५५९	७५६६	७५७४	७५८२	७५८९	७५९७	७६०४	७६१२	७६१९	७६२७	१	२	२	३	४	५	५	६	७
५८	७६३४	७६४२	७६४९	७६५७	७६६४	७६७२	७६७९	७६८६	७६९४	७७०१	१	२	२	३	४	४	५	६	७
५९	७७०९	७७१६	७७२३	७७३१	७७३८	७७४५	७७५२	७७६०	७७६७	७७७४	१	२	२	३	४	४	५	६	७
६०	७७८२	७७८९	७७९६	७८०३	७८१०	७८१८	७८२५	७८३२	७८३९	७८४६	१	२	२	३	४	४	५	६	६
६१	७८५३	७८६०	७८६८	७८७५	७८८२	७८८९	७८९६	७९०३	७९१०	७९१७	१	२	२	३	४	४	५	६	६
६२	७९२४	७९३१	७९३८	७९४५	७९५२	७९५९	७९६६	७९७३	७९८०	७९८७	१	२	२	३	३	४	५	६	६
६३	७९९३	८०००	८००७	८०१४	८०२१	८०२८	८०३५	८०४१	८०४८	८०५५	१	२	२	३	३	४	५	५	६
६४	८०६२	८०६९	८०७५	८०८२	८०८९	८०९६	८१०२	८१०९	८११६	८१२२	१	२	२	३	३	४	५	५	६
६५	८१२९	८१३६	८१४२	८१४९	८१५६	८१६२	८१६९	८१७६	८१८२	८१८९	१	२	२	३	३	४	५	५	६
६६	८१९५	८२०२	८२०९	८२१५	८२२२	८२२८	८२३५	८२४१	८२४८	८२५४	१	२	२	३	३	४	५	५	६
६७	८२६१	८२६७	८२७४	८२८०	८२८७	८२९३	८२९९	८३०६	८३१२	८३१९	१	२	२	३	३	४	५	५	६
६८	८३२५	८३३१	८३३८	८३४४	८३५१	८३५७	८३६३	८३७०	८३७६	८३८२	१	२	२	३	३	४	४	५	६
६९	८३८८	८३९५	८४०१	८४०७	८४१४	८४२०	८४२६	८४३२	८४३९	८४४५	१	१	२	२	३	४	४	५	६
७०	८४५१	८४५७	८४६३	८४७०	८४७६	८४८२	८४८८	८४९४	८५००	८५०६	१	१	२	२	३	४	४	५	६
७१	८५१३	८५१९	८५२५	८५३१	८५३७	८५४३	८५४९	८५५५	८५६१	८५६७	१	१	२	२	३	४	५	५	६
७२	८५७३	८५७९	८५८५	८५९१	८५९७	८६०३	८६०९	८६१५	८६२१	८६२७	१	१	२	२	३	४	४	५	५
७३	८६३३	८६३९	८६४५	८६५१	८६५७	८६६३	८६६९	८६७५	८६८१	८६८६	१	१	२	२	३	४	४	५	५
७४	८६९२	८६९८	८७०४	८७१०	८७१६	८७२२	८७२७	८७३३	८७३९	८७४५	१	१	२	२	३	४	४	५	५
७५	८७५१	८७५६	८७६२	८७६८	८७७४	८७७९	८७८३	८७९१	८७९७	८८०२	१	१	२	२	३	३	४	५	५
७६	८८०८	८८१४	८८२०	८८२५	८८३१	८८३७	८८४२	८८४८	८८५४	८८५९	१	१	२	२	३	३	४	५	५
७७	८८६५	८८७१	८८७६	८८८२	८८८७	८८९३	८८९९	८९०४	८९१०	८९१५	१	१	२	२	३	३	४	४	५
७८	८९२१	८९२७	८९३२	८९३८	८९४३	८९४९	८९५४	८९६०	८९६५	८९७१	१	१	२	२	३	३	४	४	५
७९	८९७६	८९८२	८९८७	८९९३	८९९८	९००४	९००९	९०१५	९०२०	९०२५	१	१	२	२	३	३	४	४	५
८०	९०३१	९०३६	९०४२	९०४७	९०५३	९०५८	९०६३	९०६९	९०७४	९०७९	१	१	२	२	३	३	४	४	५
८१	९०८५	९०९०	९०९६	९१०१	९१०६	९११२	९११७	९१२२	९१२८	९१३३	१	१	२	२	३	३	४	४	५
८२	९१३८	९१४३	९१४९	९१५४	९१५९	९१६५	९१७०	९१७५	९१८०	९१८६	१	१	२	२	३	३	४	४	५
८३	९१९१	९१९६	९२०१	९२०६	९२१२	९२१७	९२२२	९२२७	९२३२	९२३८	१	१	२	२	३	३	४	४	५
८४	९२४३	९२४८	९२५३	९२५८	९२६३	९२६९	९२७४	९२७९	९२८४	९२८९	१	१	२	२	३	३	४	४	५
८५	९२९४	९२९९	९३०४	९३०९	९३१५	९३२०	९३२५	९३३०	९३३५	९३४०	१	१	२	२	३	३	४	४	५
८६	९३४५	९३५०	९३५५	९३६०	९३६५	९३७०	९३७५	९३८०	९३८५	९३९०	१	१	२	२	२	३	४	४	५

कोष्ठक–१. लघ्वांक

	०	१	२	३	४	५	६	७	८	९	१	२	३	४	५	६	७	८	९
८७	९३९५	९४००	९४०५	९४१०	९४१५	९४२०	९४२५	९४३०	९४३५	९४४०	०	१	१	२	२	३	३	४	४
८८	९४४५	९४५०	९४५५	९४६०	९४६५	९४६९	९४७४	९४७९	९४८४	९४८९	०	१	१	२	२	३	३	४	४
८९	९४९४	९४९९	९५०४	९५०९	९५१३	९५१८	९५२३	९५२८	९५३३	९५३८	०	१	१	२	२	३	३	४	४
९०	९५४२	९५४७	९५५२	९५५७	९५६२	९५६६	९५७१	९५७६	९५८१	९५८६	०	१	१	२	२	३	३	४	४
९१	९५९०	९५९५	९६००	९६०५	९६०९	९६१३	९६१९	९६२४	९६२८	९६३३	०	१	१	२	२	३	३	४	४
९२	९६३८	९६४३	९६४७	९६५२	९६५७	९६६१	९६६६	९६७१	९६७५	९६८०	०	१	१	२	२	३	३	४	४
९३	९६८५	९६८९	९६९४	९६९९	९७०३	९७०८	९७१३	९७१७	९७२२	९७२७	०	१	१	२	२	३	३	४	४
९४	९७३१	९७३६	९७४१	९७४५	९७५०	९७५४	९७५९	९७६३	९७६८	९७७३	०	१	१	२	२	३	३	४	४
९५	९७७७	९७८१	९७८६	९७९१	९७९५	९८००	९८०५	९८०९	९८१४	९८१८	०	१	१	२	२	३	३	४	४
९६	९८२३	९८२७	९८३२	९८३७	९८४१	९८४५	९८५०	९८५४	९८५९	९८६३	०	१	१	२	२	३	३	४	४
९७	९८६८	९८७२	९८७७	९८८१	९८८६	९८९०	९८९४	९८९९	९९०३	९९०८	०	१	१	२	२	३	३	४	४
९८	९९१२	९९१७	९९२१	९९२६	९९३०	९९३४	९९३९	९९४३	९९४८	९९५२	०	१	१	२	२	३	३	४	४
९९	९९५६	९९६१	९९६५	९९६९	९९७४	९९७८	९९८३	९९८७	९९९१	९९९६	०	१	१	२	२	३	३	४	४

कोष्ठक–२. स्वाभाविक ज्या

कला — मध्यम अंतर

अंश	०'	६'	१२'	१८'	२४'	३०'	३६'	४२'	४८'	५४'	१'	२'	३'	४'	५'
०	·००००	००१७	००३५	००५२	००७०	००८७	०१०५	०१२२	०१४०	०१५७	३	६	९	१२	१५
१	·०१७५	०१९२	०२०९	०२२७	०२४४	०२६२	०२७९	०२९७	०३१४	०३३२	३	६	९	१२	१५
२	·०३४९	०३६६	०३८४	०४०१	०४१९	०४३६	०४५४	०४७१	०४८८	०५०६	३	६	९	१२	१५
३	·०५२३	०५४१	०५५८	०५७६	०५९३	०६१०	०६२८	०६४५	०६६३	०६८०	३	६	९	१२	१५
४	·०६९८	०७१५	०७३२	०७५०	०७६७	०७८५	०८०२	०८१९	०८३७	०८५४	३	६	९	१२	१४
५	·०८७२	०८८९	०९०६	०९२४	०९४१	०९५८	०९७६	०९९३	१०११	१०२८	३	६	९	१२	१४
६	·१०४५	१०६३	१०८०	१०९७	१११५	११३२	११४९	११६७	११८४	१२०१	३	६	९	१२	१४
७	·१२१९	१२३६	१२५३	१२७१	१२८८	१३०५	१३२३	१३४०	१३५७	१३७४	३	६	९	१२	१४
८	·१३९२	१४०९	१४२६	१४४४	१४६१	१४७८	१४९५	१५१३	१५३०	१५४७	३	६	९	१२	१४
९	·१५६४	१५८२	१५९९	१६१६	१६३३	१६५०	१६६८	१६८५	१७०२	१७१९	३	६	९	१२	१४
१०	·१७३६	१७५४	१७७१	१७८८	१८०५	१८२२	१८४०	१८५७	१८७४	१८९१	३	६	९	१२	१४
११	·१९०८	१९२५	१९४२	१९५९	१९७७	१९९४	२०११	२०२८	२०४५	२०६२	३	६	९	११	१४
१२	·२०७९	२०९६	२११३	२१३०	२१४७	२१६४	२१८१	२१९८	२२१५	२२३३	३	६	९	११	१४
१३	·२२५०	२२६७	२२८४	२३००	२३१७	२३३४	२३५१	२३६८	२३८५	२४०२	३	६	८	११	१४
१४	·२४१९	२४३६	२४५३	२४७०	२४८७	२५०४	२५२१	२५३८	२५५४	२५७१	३	६	८	११	१४
१५	·२५८८	२६०५	२६२२	२६३९	२६५६	२६७२	२६८९	२७०६	२७२३	२७४०	३	६	८	११	१४
१६	·२७५६	२७७३	२७९०	२८०७	२८२३	२८४०	२८५७	२८७४	२८९०	२९०७	३	६	८	११	१४
१७	·२९२४	२९४०	२९५७	२९७४	२९९०	३००७	३०२४	३०४०	३०५७	३०७४	३	६	८	११	१४
१८	·३०९०	३१०७	३१२३	३१४०	३१५६	३१७३	३१९०	३२०६	३२२३	३२३९	३	६	८	११	१४
१९	·३२५६	३२७२	३२८९	३३०५	३३२२	३३३८	३३५५	३३७१	३३८७	३४०४	३	५	८	११	१४

स्वाभाविक ज्या

	कला										मध्यम अंतर				
अंश	०'	६'	१२'	१८'	२४'	३०'	३६'	४२'	४८'	५४'	१'	२'	३'	४'	५'
२०	·३४२०	३४३७	३४५३	३४६९	३४८६	३५०२	३५१८	३५३५	३५५१	३५६७	३	५	८	११	१४
२१	·३५८४	३६००	३६१६	३६३३	३६४९	३६६५	३६८१	३६९७	३७१४	३७३०	३	५	८	११	१४
२२	·३७४६	३७६२	३७७८	३७९५	३८११	३८२७	३८४३	३८५९	३८७५	३८९१	३	५	८	११	१४
२३	·३९०७	३९२३	३९३९	३९५५	३९७१	३९८७	४००३	४०१९	४०३५	४०५१	३	५	८	११	१४
२४	·४०६७	४०८३	४०९९	४११५	४१३१	४१४७	४१६३	४१७९	४१९५	४२१०	३	३	८	११	१३
२५	·४२२६	४२४२	४२५८	४२७४	४२८९	४३०५	४३२१	४३३७	४३५२	४३६८	३	५	८	११	१३
२६	·४३८४	४३९९	४४१५	४४३१	४४४६	४४६२	४४७८	४४९३	४५०९	४५२४	३	५	८	१०	१३
२७	·४५४०	४५५५	४५७१	४५८६	४६०२	४६१७	४६३३	४६४८	४६६४	४६७९	३	५	८	१०	१३
२८	·४६९५	४७१०	४७२६	४७४१	४७५६	४७७२	४७८७	४८०२	४८१८	४८३३	३	५	८	१०	१३
२९	·४८४८	४८६३	४८७९	४८९४	४९०९	४९२४	४९३९	४९५५	४९७०	४९८५	३	५	८	१०	१३
३०	·५०००	५०१५	५०३०	५०४५	५०६०	५०७५	५०९०	५१०५	५१२०	५१३५	३	५	८	१०	१३
३१	·५१५०	५१६५	५१८०	५१९५	५२१०	५२२५	५२४०	५२५५	५२७०	५२८४	२	५	७	१०	१२
३२	·५२९९	५३१४	५३२९	५३४४	५३५८	५३७३	५३८८	५४०२	५४१७	५४३२	२	५	७	१०	१२
३३	·५४४६	५४६१	५४७६	५४९०	५५०५	५५१९	५५३४	५५४८	५५६३	५५७७	२	५	७	१०	१२
३४	·५५९२	५६०६	५६२१	५६३५	५६५०	५६६४	५६७८	५६९३	५७०७	५७२१	२	५	७	१०	१२
३५	·५७३६	५७५०	५७६४	५७७९	५७९३	५८०७	५८२१	५८३५	५८५०	५८६४	२	५	७	१०	१२
३६	·५८७८	५८९२	५९०६	५९२०	५९३४	५९४८	५९६२	५९७६	५९९०	६००४	२	५	७	९	१२
३७	·६०१८	६०३२	६०४६	६०६०	६०७४	६०८८	६१०१	६११५	६१२९	६१४३	२	५	७	९	१२
३८	·६१५७	६१७०	६१८४	६१९८	६२११	६२२५	६२३९	६२५२	६२६६	६२८०	२	५	७	९	११
३९	·६२९३	६३०७	६३२०	६३३४	६३४७	६३६१	६३७४	६३८८	६४०१	६४१४	२	४	७	९	११
४०	·६४२८	६४४१	६४५५	६४६८	६४८१	६४९४	६५०८	६५२१	६५३४	६५४७	२	४	७	९	११
४१	·६५६१	६५७४	६५८७	६६००	६६१३	६६२६	६६३९	६६५२	६६६५	६६७८	२	४	७	९	११
४२	·६६९१	६७०४	६७१७	६७३०	६७४३	६७५६	६७६९	६७८२	६७९४	६८०७	२	४	६	९	११
४३	·६८२०	६८३३	६८४५	६८५८	६८७१	६८८४	६८९६	६९०९	६९२१	६९३४	२	४	६	८	११
४४	·६९४७	६९५९	६९७२	६९८४	६९९७	७००९	७०२२	७०३४	७०४६	७०५९	२	४	६	८	१०
४५	·७०७१	७०८३	७०९६	७१०८	७१२०	७१३३	७१४५	७१५७	७१६९	७१८१	२	४	६	८	१०
४६	·७१९३	७२०६	७२१८	७२३०	७२४२	७२५४	७२६६	७२७८	७२९०	७३०२	२	४	६	८	१०
४७	·७३१४	७३२५	७३३७	७३४९	७३६१	७३७३	७३८५	७३९६	७४०८	७४२०	२	४	६	८	१०
४८	·७४३१	७४४३	७४५५	७४६६	७४७८	७४९०	७५०१	७५१३	७५२४	७५३६	२	४	६	८	१०
४९	·७५४७	७५५९	७५७०	७५८१	७५९३	७६०४	७६१५	७६२७	७६३८	७६४९	२	४	६	८	९
५०	·७६६०	७६७२	७६८३	७६९४	७७०५	७७१६	७७२७	७७३८	७७४९	७७६०	२	४	६	७	९
५१	·७७७१	७७८२	७७९३	७८०४	७८१५	७८२६	७८३७	७८४८	७८५९	७८६९	२	४	५	७	९
५२	·७८८०	७८९१	७९०२	७९१२	७९२३	७९३४	७९४४	७९५५	७९६५	७९७६	२	४	५	७	९
५३	·७९८६	७९९७	८००७	८०१८	८०२८	८०३९	८०४९	८०५९	८०७०	८०८०	२	३	५	७	९
५४	·८०९०	८१००	८१११	८१२१	८१३१	८१४१	८१५१	८१६१	८१७१	८१८१	२	३	५	७	८
५५	·८१९२	८२०२	८२११	८२२१	८२३१	८२४१	८२५१	८२६१	८२७१	८२८१	२	३	५	७	८
५६	·८२९०	८३००	८३१०	८३२०	८३२९	८३३९	८३४८	८३५८	८३६८	८३७७	२	३	५	६	८
५७	·८३८७	८३९६	८४०६	८४१५	८४२५	८४३४	८४४३	८४५३	८४६२	८४७१	२	३	५	६	८
५८	·८४८०	८४९०	८४९९	८५०८	८५१७	८५२६	८५३६	८५४५	८५५४	८५६३	२	३	५	६	८
५९	·८५७२	८५८१	८५९०	८५९९	८६०७	८६१६	८६२५	८६३४	८६४३	८६५२	१	३	४	६	७

स्वाभाविक ज्या

अंश	कला ०'	६'	१२'	१८'	२४'	३०'	३६'	४२'	४८'	५४'	मध्यम अंतर १'	२'	३'	४'	५'
६०	·८६६०	८६६९	८६७८	८६८६	८६९५	८७०४	८७१२	८७२१	८७२९	८७३८	१	३	४	६	७
६१	·८७४६	८७५५	८७६३	८७७१	८७८०	८७८८	८७९६	८८०५	८८१३	८८२१	१	३	४	६	७
६२	·८८२९	८८३८	८८४६	८८५४	८८६२	८८७०	८८७८	८८८६	८८९४	८९०२	१	३	४	५	७
६३	·८९१०	८९१८	८९२६	८९३४	८९४२	८९४९	८९५७	८९६५	८९७३	८९८०	१	३	४	५	६
६४	·८९८८	८९९६	९००३	९०११	९०१८	९०२६	९०३३	९०४१	९०४८	९०५६	१	३	४	५	६
६५	·९०६३	९०७०	९०७८	९०८५	९०९२	९१००	९१०७	९११४	९१२१	९१२८	१	२	४	५	६
६६	·९१३५	९१४३	९१५०	९१५७	९१६४	९१७१	९१७८	९१८४	९१९१	९१९८	१	२	३	५	६
६७	·९२०५	९२१२	९२१९	९२२५	९२३२	९२३९	९२४५	९२५२	९२५९	९२६५	१	२	३	४	६
६८	·९२७२	९२७८	९२८५	८२९१	९२९८	९३०४	९३११	९३१७	९३२३	९३३०	१	२	३	४	५
६९	·९३३६	९३४२	९३४८	९३५४	९३६१	९३६७	९३७३	९३७९	९३८५	९३९१	१	२	३	४	५
७०	·९३९७	९४०३	९४०९	९४१५	९४२१	९४२६	९४३२	९४३८	९४४४	९४४९	१	२	३	४	५
७१	·९४५५	९४६१	९४६६	९४७२	९४७८	९४८३	९४८९	९४९४	९५००	९५०५	१	२	३	४	५
७२	·९५११	९५१६	९५२१	९५२७	९५३२	९५३७	९५४२	९५४८	९५५३	९५५८	१	२	३	४	४
७३	·९५६३	९५६८	९५७३	९५७८	९५८३	९५८८	९५९३	९५९८	९६०३	९६०८	१	२	२	३	४
७४	·९६१३	९६१७	९६२२	९६२७	९६३२	९६३६	९६४१	९६४६	९६५०	९६५५	१	२	२	३	४
७५	·९६५९	९६६४	९६६८	९६७३	९६७७	९६८१	९६८६	९६९०	९६९४	९६९९	१	१	२	३	४
७६	·९७०३	९७०७	९७११	९७१५	९७२०	९७२४	९७२८	९७३२	९७३६	९७४०	१	१	२	३	३
७७	·९७४४	९७४८	९७५१	९७५५	९७५९	९७६३	९७६७	९७७०	९७७४	९७७८	१	१	२	३	३
७८	·९७८१	९७८५	९७८९	९७९२	९७९६	९७९९	९८०३	९८०६	९८१०	९८१३	१	१	२	२	३
७९	·९८१६	९८२०	९८२३	९८२६	९८२९	९८३३	९८३६	९८३९	९८४२	९८४५	१	१	२	२	३
८०	·९८४८	९८५१	९८५४	९८५७	९८६०	९८६३	९८६६	९८६९	९८७१	९८७४	०	१	१	२	२
८१	·९८७७	९८८०	९८८२	९८८५	९८८८	९८९०	९८९३	९८९५	९८९८	९९००	०	१	१	२	२
८२	·९९०३	९९०५	९९०७	९९१०	९९१२	९९१४	९९१७	९९१९	९९२१	९९२३	०	१	१	२	२
८३	·९९२५	९९२८	९९३०	९९३२	९९३४	९९३६	९९३८	९९४०	९९४२	९९४३	०	१	१	१	२
८४	·९९४५	९९४७	९९४९	९९५१	९९५२	९९५४	९९५६	९९५७	९९५९	९९६०	०	१	१	१	१
८५	·९९६२	९९६३	९९६५	९९६६	९९६८	९९६९	९९७१	९९७२	९९७३	९९७४	०	०	१	१	१
८६	·९९७६	९९७७	९९७८	९९७९	९९८०	९९८१	९९८२	९९८३	९९८४	९९८५	०	०	१	१	१
८७	·९९८६	९९८७	९९८८	९९८९	९९९०	९९९०	९९९१	९९९२	९९९३	९९९३	०	०	०	१	१
८८	·९९९४	९९९५	९९९५	९९९६	९९९६	९९९७	९९९७	९९९७	९९९८	९९९८	०	०	०	०	०
८९	·९९९८	९९९९	९९९९	९९९९	९९९९	९९९९	९९९९	९९९९	९९९९	९९९९	०	०	०	०	०

स्वाभाविक स्पर्शक

	कला										मध्यम अंतर				
अंश	०'	६'	१२'	१८'	२४'	३०'	३६'	४२'	४८'	५४'	१'	२'	३'	४'	५'
०	·००००	००१७	००३५	००५२	००७०	००८७	०१०५	०१२२	०१४०	०१५७	३	६	९	१२	१४
१	·०१७५	०१९२	०२०९	०२२७	०२४४	०२६२	०२७९	०२९७	०३१४	०३३२	३	६	९	१२	१५
२	·०३४९	०३६७	०३८४	०४०२	०४१९	०४३७	०४५४	०४७२	०४८९	०५०७	३	६	९	१२	०५
३	·०५२४	०५४२	०५५९	०५७७	०५९४	०६१२	०६२९	०६४७	०६६४	०६८२	३	६	९	१२	१५
४	·०६९९	०७१७	०७३४	०७५२	०७६९	०७८७	०८०५	०८२२	०८४०	०८५७	३	६	९	१२	१५
५	·०८७५	०८९२	०९१०	०९२८	०९४५	०९६३	०९८१	०९९८	१०१६	१०३३	३	६	९	१२	१५
६	·१०५१	१०६९	१०८६	११०४	११२२	११३९	११५७	११७५	११९२	१२१०	३	६	९	१२	१५
७	·१२२८	१२४६	१२६३	१२८१	१२९९	१३१७	१३३४	१३५२	१३७०	१३८८	३	६	९	१२	१५
८	·१४०५	१४२३	१४४१	१४५९	१४७७	१४९५	१५१२	१५३०	१५४८	१५६६	३	६	९	१२	१५
९	·१५८४	१६०२	१६२०	१६३८	१६५५	१६७३	१६९१	१७०९	१७२७	१७४५	३	६	९	१२	१५
१०	·१७६३	१७८१	१७९९	१८१७	१८३५	१८५३	१८७१	१८९०	१९०८	१९२६	३	६	६	१२	१५
११	·१९४४	१९६२	१९८०	१९९८	२०१६	२०३५	२०५३	२०७१	२०८९	२१०७	३	६	६	१२	१५
१२	·२१२६	२१४४	२१६२	२१८०	२१९९	२२१७	२२३५	२२५४	२२७२	२२९०	३	६	६	१२	१५
१३	·२३०९	२३२७	२३४५	२३६४	२३८२	२४०१	२४१९	२४३८	२४५६	२४७५	३	६	६	१२	१५
१४	·२४९३	२५१२	२५३०	२५४९	२५६८	२५८६	२६०५	२६२३	२६४२	२६६१	३	६	६	१२	१६
१५	·२६७९	२६९८	२७१७	२७३६	२७५४	२७७३	२७९२	२८११	२८३०	२८४९	३	६	९	१३	१६
१६	·२८६७	२८८६	२९०५	२९२४	२९४३	२९६२	२९८१	३०००	३०१९	३०३८	३	६	९	१३	१६
१७	·३०५७	३०७६	३०९६	३११५	३१३४	३१५३	३१७२	३१९१	३२११	३२३०	३	६	१०	१३	१६
१८	·३२४९	३२६९	३२८८	३३०७	३३२७	३३४६	३३६५	३३८५	३४०४	३४२४	३	६	१०	१३	१३
१९	·३४४३	३४६३	३४८२	३५०२	३५२२	३५४१	३५६१	३५८१	३६००	३६२०	३	६	१०	१३	१७
२०	·३६४०	३६५९	३६७९	३६९९	३७१९	३७३९	३७५९	३७७९	३७९९	३८१९	३	७	१०	१३	१७
२१	·३८३९	३८५९	३८७९	३८९९	३९१९	३९३९	३९५९	३९७९	४०००	४०२०	३	७	१०	१३	१७
२२	·४०४०	४०६१	४०८१	४१०१	४१२२	४१४२	४१६३	४१८३	४२०४	४२२४	३	७	१०	१४	१७
२३	·४२४५	४२६५	४२८६	४३०७	४३२७	४३४८	४३६९	४३९०	४४११	४४३१	३	७	१०	१४	१७
२४	·४४५२	४४७३	४४९४	४५१५	४५३६	४५५७	४५७८	४५९९	४६२१	४६४२	४	७	१०	१४	१८
२५	·४६६३	४६८४	४७०६	४७२७	४७४८	४७७०	४७९१	४८१३	४८३४	४८५६	४	७	११	१४	१८
२६	·४८७७	४८९९	४९२१	४९४२	४९६४	४९८६	५००८	५०२९	५०५१	५०७३	४	७	११	१५	१८
२७	·५०९५	५११७	५१३९	५१६१	५१८४	५२०६	५२२८	५२५०	५२७२	५२९५	४	७	११	१५	१८
२८	·५३१७	५३४०	५३६२	५३८४	५४०७	५४३०	५४५२	५४७५	५४९८	५५२०	४	८	११	१५	१९
२९	·५५४३	५५६६	५५८९	५६१२	५६३५	५६५८	५६८१	५७०४	५७२७	५७५०	४	८	१२	१५	१९
३०	·५७७४	५७९७	५८२०	५८४४	५८६७	५८९०	५९१४	५९३८	५९६१	५९८५	४	८	१२	१५	२०
३१	·६००९	६०३२	६०५६	६०८०	६१०४	६१२८	६१५२	६१७६	६२००	६२२४	४	८	१२	१६	२०
३२	·६२४९	६२७३	६२९७	६३२२	६३४६	६३७१	६३९५	६४२०	६४४५	६४६९	४	८	१२	१६	२०
३३	·६४९४	६५१९	६५४४	६५६९	६५९४	६६१९	६६४४	६६६९	६६९४	६७२०	४	८	१३	१७	२१
३४	·६७४५	६७७१	६७९६	६८२२	६८४७	६८७३	६८९९	६९२४	६९५०	६९७६	४	९	१३	१७	२१
३५	·७००२	७०२८	७०५४	७०८०	७१०७	७१३३	७१५९	७१८६	७२१२	७२३९	४	९	१३	१८	२२
३६	·७२६५	७२९२	७३१९	७३४६	७३७३	७४००	७४२७	७४५४	७४८१	७५०८	५	९	१४	१८	२३
३७	·७५३६	७५६३	७५९०	७६१८	७६४६	७६७३	७७०१	७७२९	७७५७	७७८५	५	९	१४	१८	२३
३८	·७८१३	७८४१	७८६९	७८९८	७९२६	७९५४	७९८३	८०१२	८०४०	८०६९	५	९	१४	१९	२४
३९	·८०९८	८१२७	८१५६	८१८५	८२१४	८२४३	८२७३	८३०२	८३३२	८३६१	५	१०	१५	२०	२४

स्वाभाविक स्पर्शक

	कला										मध्यम अंतर				
अंश	०'	६'	१२'	१८'	२४'	३०'	३६'	४२'	४८'	५४'	१'	२'	३'	४'	५'
४०	·८३९१	८४२१	८४५१	८४८१	८५११	८५४१	८५७१	८६०१	८६३२	८६६२	५	१०	१५	२०	२५
४१	·८६९३	८७२४	८७५४	८७८५	८८१६	८८४७	८८७८	८९१०	८९४१	८९७२	५	१०	१६	२१	२६
४२	·९००४	९०३६	९०६७	९०९९	९१३१	९१६३	९१९५	९२२८	९२६०	९२९३	५	११	१६	२१	२७
४३	·९३२५	९३५८	९३९१	९४२४	९४५७	९४९०	९५२३	९५५६	९५९०	९६२३	६	११	१७	२२	२८
४४	·९६५७	९६९१	९७२५	९७५९	९७९३	९८२७	९८६१	९८९६	९९३०	९९६५	६	११	१७	२३	२९
४५	१·००००	००३५	००७०	०१०५	०१४१	०१७६	०२१२	०२४७	०२८३	०३१९	६	१२	१८	२४	३०
४६	१·०३५५	०३९२	०४२८	०४६४	०५०१	०५३८	०५७५	०६१२	०६४९	०६८६	६	१२	१८	२५	३१
४७	१·०७२४	०७६१	०७९९	०८३७	०८७५	०९१३	०९५१	०९९०	१०२८	१०६७	६	१३	१९	२५	३२
४८	१·११०६	११४५	११८४	१२२४	१२६३	१३०३	१३४३	१३८३	१४२३	१४६३	७	१३	२०	२७	३३
४९	१·१५०४	१५४४	१५८५	१६२६	१६६७	१७०८	१७५०	१७९२	१८३३	१८७५	७	१४	२१	२८	३४
५०	१·१९१८	१९६०	२००३	२०४५	२०८८	२१३१	२१७४	२२१८	२२६२	२३०५	७	१४	२२	२९	३६
५१	१·२३४९	२३९३	२४३७	२४८२	२५२७	२५७२	२६१७	२६६२	२७०८	२७५३	८	१५	२३	३०	३८
५२	१·२७९९	२८४६	२८९२	२९३८	२९८५	३०३२	३०७९	३१२७	३१७५	३२२२	८	१६	२४	३१	३९
५३	१·३२७०	३३१९	३३६७	३४१६	३४६५	३५१४	३५६४	३६१३	३६६३	३७१३	८	१६	२५	३३	४१
५४	१·३७६४	३८१४	३८६५	३९१६	३९६८	४०१९	४०७१	४१२४	४१७६	४२२९	९	१७	२६	३४	४३
५५	१·४२८१	४३३५	४३८८	४४४२	४४९६	४५५०	४६०५	४६५९	४७१५	४७७०	९	१८	२७	३६	४५
५६	१·४८२६	४८८२	४९३८	४९९४	५०५१	५१०८	५१६६	५२२४	५२८२	५३४०	१०	१९	२९	३८	४८
५७	१·५३९९	५४५८	५५१७	५५७७	५६३७	५६९७	५७५७	५८१८	५८८०	५९४१	१०	२०	३०	४०	५०
५८	१·६००३	६०६६	६१२८	६१९१	६२५५	६३१९	६३८३	६४४७	६५१२	६५७७	११	२१	३२	४२	५३
५९	१·६६४३	६७०९	६७७५	६८४२	६९०९	६९७७	७०४५	७११३	७१८२	७२५१	११	२३	३४	४५	५६
६०	१·७३२१	७३९१	७४६१	७५३२	७६०३	७६७५	७७४७	७८२०	७८९३	७९६६	१२	२४	३६	४८	६०
६१	१·८०४०	८११५	८१९०	८२६५	८३४१	८४१८	८४९५	८५७२	८६५०	८७२८	१३	२६	३८	५१	६४
६२	१·८८०७	८८८७	८९६७	९०४७	९१२८	९२१०	९२९२	९३७५	९४५८	९५४२	१४	२७	४१	५५	६८
६३	१·९६२६	९७११	९७९७	९८८३	९९७०	००५७	०१४५	०२३३	०३२३	०४१३	१५	२९	४४	५८	७३
६४	२·०५०३	०५९४	०६८६	०७७८	०८७२	०९६५	१०६०	११५५	१२५१	१३४८	१६	३१	४७	६३	७८
६५	२·१४४५	१५४३	१६४२	१७४२	१८४२	१९४३	२०४५	२१४८	२२५१	२३५५	१७	३४	५१	६८	८५
६६	२·२४६०	२५६६	२६७३	२७८१	२८८९	२९९८	३१०९	३२२०	३३३२	३४४५	१८	३७	५५	७३	९२
६७	२·३५५९	३६७३	३७८९	३९०६	४०२३	४१४२	४२६२	४३८३	४५०४	४६२७	२०	४०	६०	७९	९९
६८	२·४७५१	४८७६	५००२	५१२९	५२५७	५३८६	५५१७	५६४९	५७८२	५९१६	२२	४३	६५	८७	१०८
६९	२·६०५१	६१८७	६३२५	६४६४	६६०५	६७४६	६८८९	७०३४	७१७९	७३२६	२४	४७	७१	९५	११९
७०	२·७४७५	७६२५	७७७६	७९२९	८०८३	८२३९	८३९७	८५५६	८७१६	८८७८	२६	५२	७८	१०४	१३१
७१	२·९०४२	९२०८	९३७५	९५४४	९७१४	९८८७	००६१	०२३७	०४१५	०५९५	२९	५८	८७	११६	१४५
७२	३·०७७७	०९६१	११४६	१३३४	१५२४	१७१६	१९१०	२१०६	२३०५	२५०६	३२	६४	९६	१२९	१६१
७३	३·२७०९	२९१४	३१२२	३३३२	३५४४	३७५९	३९७७	४१९७	४४२०	४६४६	३६	७२	१०८	१४४	१८०
७४	३·४८७४	५१०५	५३३९	५५७६	५८१६	६०५९	६३०५	६५५४	६८०६	७०६२	४१	८१	१२२	१६३	२०४
७५	३·७३२१	७५८३	७८४८	८११८	८३९१	८६६७	८९४७	९२३२	९५२०	९८१२	४६	९३	१३९	१८६	२३२
७६	४·०१०८	०४०८	०७१३	१०२२	१३३५	१६५३	१९७६	२३०३	२६३५	२९७२	५३	१०६	१६०	२१३	२६७
७७	४·३३१५	३६६२	४०१५	४३७४	४७३७	५१०७	५४८३	५८६४	६२५२	६६४६	६२	१२४	१८६	२४८	३१०
७८	४·७०४६	७४५३	७८६७	८२८८	८७१६	९१५२	९५९४	००४५	०५०४	०९७०	७३	१४६	२२०	२९३	३६६
७९	५·१४४६	१९२९	२४२२	२९२४	३४३५	३९५५	४४८६	५०२६	५५७८	६१४०	८७	१७४	२६२	३५०	४३८

स्वाभाविक स्पर्शक

	कला										मध्यम अंतर				
अंश	०'	६'	१२'	१८'	२४'	३०'	३६'	४२'	४८'	५४'	१'	२'	३'	४'	५'
८०	५·६७१३	७२९७	७८१४	८५०२	९१२४	९७५८	$\overline{०४०५}$	$\overline{१०६६}$	$\overline{१७४२}$	$\overline{२४३२}$					
८१	६·३१३८	३८५९	४५९६	५३५०	६१२२	६९१२	७७२०	८५४८	९३९६	$\overline{०२६४}$					
८२	७·११५४	२०६६	३००२	३९६२	४९४७	५९५८	६९९६	८०६२	९१५८	$\overline{०२८५}$	मध्यम अंतर निरुपयोगी				
८३	८·१४४३	२६३६	३८६३	५१२६	६४२७	७७६९	९१५२	$\overline{०५७९}$	$\overline{२०५२}$	$\overline{३५७२}$					
८४	९·५१४४	९·६७७	९·८४५	१०·०२	१०·२०	१०·३९	१०·५८	१०·७८	१०·९९	११·२०					
८५	११·४३	११·६६	११·९१	१२·१६	१२·४३	१२·७१	१३·००	१३·३०	१३·६२	१३·९५					
८६	१४·३०	१४·६७	१५·०६	१५·४६	१५·८९	१६·३५	१६·८३	१७·३४	१७·८९	१८·४६					
८७	१९·०८	१९·७४	२०·४५	२१·२०	२२·०२	२२·९०	२३·८६	२४·९०	२६·०३	२७·२७					
८८	२८·६४	३०·१४	३१·८२	३३·६९	३५·८०	३८·१९	४०·९२	४४·०७	४७·७४	५२·०८					
८९	५७·२९	६३·६६	७१·६२	८१·८५	९५·४९	११४·६	१४३·२	१९१·०	२८६·५	५७३·०					

कोष्ठक ४. लाघवीय ज्या

	कला										मध्यम अंतर				
अंश	०'	६'	१२'	१८'	२४'	३०'	३६'	४२'	४८'	५४'	१'	२'	३'	४'	५'
०	−∞	७·२४१९	५४२९	७१९०	८४३९	९४०८	$\overline{०२००}$	०८७०	$\overline{१४५०}$	$\overline{१९६१}$					
१	८·२४१९	२८३२	३२१०	३५५८	३८३०	४१७९	४४६९	४७२३	४९७१	५२०६					
२	८·५४२८	५६४०	५८४२	६०३५	६२२०	६३९७	६५६७	६७३१	६८८९	७०४१					
३	८·७१८८	७३३०	७४६८	७६०२	७७३१	७८५७	७९७९	८०९८	८२१३	८:२६	२१	४१	६२	८२	१०३
४	८·८४३६	८५४३	८६४७	८७४९	८८४९	८९४६	९०४२	९१३५	९२०६	९३१५	१६	३२	४८	६४	८०
५	८·९४०३	९४८९	९५७३	९६५५	९७३६	९८१६	९८९४	९९७०	$\overline{००४६}$	$\overline{०१२०}$	१३	२६	३९	५२	६५
६	९·०१९२	०२६४	०३३४	०४०३	०४७२	०५३९	०६०५	०६७०	०७३४	०७९९	११	२२	३३	४४	५५
७	९·०८५९	०९२०	०९८१	१०४०	१०९९	११५७	१२१४	१२७१	१३२६	१३८१	१०	१९	२९	३८	४८
८	९·१४३६	१४८९	१५४२	१५९४	१६४६	१६९७	१७४७	१७९७	१८४७	१८९५	८	१७	२५	३४	४२
९	९·१९४३	१९९१	२०३८	२०८५	२१३१	२१७६	२२२१	२२६६	२३१०	२३५३	८	१५	२३	३०	३८
१०	९·२३९७	२४३९	२४८२	२५२४	२५६५	२६०६	२६४७	२६८७	२७२७	२७६७	७	१४	२०	२७	३४
११	९·२८०६	२८४५	२८८३	२९२१	२९५९	२९९७	३०३४	३०७०	३१०७	३१४३	६	१२	१९	२५	३१
१२	९·३१७९	३२१४	३२५०	३२८४	३३१९	३३५३	३३८७	३४२१	३४५४	३४८८	६	११	१७	२३	२८
१३	९·३५२१	३५५४	३५८६	३६१८	३६५०	३६८२	३७१३	३७४५	३७७५	३८०६	५	११	१६	२१	२६
१४	९·३८३७	३८६७	३८९७	३९२७	३९५७	३९८६	४०१५	४०४४	४०७३	४१०२	५	१०	१५	२०	२४

कोष्ठक ४. लाघवीय ज्या

	कला										मध्यम अंतर				
अंश	०'	६'	१२'	१८'	२४'	३०'	३६'	४२'	४८'	५४'	१'	२'	३'	४'	५'
१५	९·४१३०	४१५८	४१८६	४२१४	४२४२	४२६९	४२९६	४३२३	४३५०	४३७७	५	९	१४	१८	२३
१६	९·४४०३	४४३०	४४५६	४४८२	४५०८	४५३३	४५५९	४५८४	४६०९	४६३४	४	९	१३	१७	२१
१७	९·४६५९	४६८४	४७०९	४७३३	४७५७	४७८१	४८०५	४८२९	४८५३	४८७६	४	८	१२	१६	२०
१८	९·४९००	४९२३	४९४६	४९६९	४९९२	५०१५	५०३७	५०६०	५०८२	५१०४	४	८	११	१५	१९
१९	९·५१२६	५१४८	५१७०	५१९२	५२१३	५२३५	५२५६	५२७८	५२९९	५३२०	४	७	११	१४	१८
२०	९·५३४१	५३६१	५३८२	५४०२	५४२३	५४४३	५४६३	५४८४	५५०४	५५२३	३	७	१०	१४	१७
२१	९·५५४३	५५६३	५५८३	५६०२	५६२१	५६४१	५६६०	५६७९	५६९८	५७१७	३	६	१०	१३	१६
२२	९·५७३६	५७५४	५७७३	५७९२	५८१०	५८२८	५८४७	५८६५	५८८३	५९०१	३	६	९	१२	१५
२३	९·५९१९	५९३७	५९५४	५९७२	५९९०	६००७	६०२४	६०४२	६०५९	६०७६	३	६	९	१२	१५
२४	९·६०९३	६११०	६१२७	६१४४	६१६१	६१७७	६१९४	६२१०	६२२७	६२४३	३	६	८	११	१४
२५	९·६२५९	६२७६	६२९२	६३०८	६३२४	६३४०	६३५६	६३७१	६३८७	६४०३	३	५	८	११	१३
२६	९·६४१८	६४३४	६४४९	६४६५	६४८०	६४९५	६५१०	६५२६	६५४१	६५५६	३	५	८	१०	१३
२७	९·६५७०	६५८५	६६००	६६१५	६६२९	६६४४	६६५९	६६७३	६६८७	६७०२	२	५	७	१०	१२
२८	९·६७१६	६७३०	६७४४	६७५९	६७७३	६७८७	६८०१	६८१४	६८२८	६८४२	२	५	७	९	१२
२९	९·६८५६	६८६९	६८८३	६८९६	६९१०	६९२३	६९३७	६९५०	६९६३	६९७७	२	४	७	९	११
३०	९·६९९०	७००३	७०१६	७०२९	७०४२	७०५५	७०६८	७०८०	७०९३	७१०६	२	४	६	९	११
३१	९·७११८	७१३१	७१४४	७१५६	७१६८	७१८१	७१९३	७२०५	७२१८	७२३०	२	४	६	८	१०
३२	९·७२४२	७२५४	७२६६	७२७८	७२९०	७३०२	७३१४	७३२६	७३३८	७३४९	२	४	६	८	१०
३३	९·७३६१	७३७३	७३८४	७३९६	७४०७	७४१९	७४३०	७४४२	७४५३	७४६४	२	४	६	८	१०
३४	९·७४७६	७४८७	७४९८	७५०९	७५२०	७५३१	७५४२	७५५३	७५६४	७५७५	२	४	६	७	९
३५	९·७५८६	७५९७	७६०७	७६१८	७६२९	७६४०	७६५०	७६६१	७६७१	७६८२	२	४	५	७	९
३६	९·७६९२	७७०३	७७१३	७७२३	७७३४	७७४४	७७५४	७७६४	७७७४	७७८४	२	३	५	७	९
३७	९·७७९५	७८०५	७८१५	७८२५	७८३५	७८४४	७८५४	७८६४	७८७४	७८८४	२	३	५	७	८
३८	९·७८९३	७९०३	७९१२	७९२२	७९३२	७९४१	७९५१	७९६०	७९७०	७९७९	२	३	५	६	८
३९	९·७९८९	७९९८	८००७	८०१७	८०२६	८०३५	८०४४	८०५३	८०६३	८०७२	२	३	५	६	८
४०	९·८०८१	८०९०	८०९९	८१०८	८११७	८१२५	८१३४	८१४३	८१५२	८१६१	१	३	४	६	७
४१	९·८१६९	८१७८	८१८७	८१९५	८२०४	८२१३	८२२१	८२३०	८२३८	८२४७	१	३	४	६	७
४२	९·८२५५	८२६४	८२७२	८२८०	८२८९	८२९७	८३०५	८३१३	८३२२	८३३०	१	३	४	६	७
४३	९·८३३८	८३४६	८३५४	८३६२	८३७०	८३७८	८३८६	८३९४	८४०२	८४१०	१	३	४	५	७
४४	९·८४१८	८४२६	८४३३	८४४१	८४४९	८४५७	८४६४	८४७२	८४८०	८४८७	१	३	४	५	६
४५	९·८४९५	८५०२	८५१०	८५१७	८५२५	८५३२	८५४०	८५४७	८५५५	८५६२	१	२	४	५	६
४६	९·८५६९	८५७७	८५८४	८५९१	८५९८	८६०६	८६१३	८६२०	८६२७	८६३४	१	२	४	५	६
४७	९·८६४१	८६४८	८६५५	८६६२	८६६९	८६७६	८६८३	८६९०	८६९७	८७०४	१	२	३	५	६
४८	९·८७११	८७१८	८७२४	८७३१	८७३८	८७४५	८७५१	८७५८	८७६५	८७७१	१	२	३	४	६
४९	९·८७७८	८७८४	८७९१	८७९७	८८०४	८८१०	८८१७	८८२३	८८३०	८८३६	१	२	३	४	५

कोष्टक ४. लाघवीय ज्या

अंश	कला ०'	६'	१२'	१८'	२४'	३०'	३६'	४२'	४८'	५४'	मध्यम अंतर १'	२'	३'	४'	५'
५०	९.८८४३	८८४९	८८५५	८८६२	८८६८	८८७४	८८८०	८८८७	८८९३	८८९९	१	२	३	४	५
५१	९.८९०५	८९११	८९१७	८९२३	८९२९	८९३५	८९४१	८९४७	८९५३	८९५९	१	२	३	४	५
५२	९.८९६५	८९७१	८९७७	८९८३	८९८९	८९९५	९०००	९००६	९०१२	९०१८	१	२	३	४	५
५३	९.९०२३	९०२९	९०३५	९०४१	९०४६	९०५२	९०५७	९०६३	९०६९	९०७४	१	२	३	४	५
५४	९.९०८०	९०८५	९०९१	९०९६	९१०१	९१०७	९११२	९११८	९१२३	९१२८	१	२	३	४	५
५५	९.९१३४	९१३९	९१४४	९१४९	९१५५	९१६०	९१६५	९१७०	९१७५	९१८१	१	२	३	३	४
५६	९.९१८६	९१९१	९१९६	९२०१	९२०६	९२११	९२१६	९२२१	९२२६	९२३१	१	२	३	३	४
५७	९.९२३६	९२४१	९२४६	९२५१	९२५५	९२६०	९२६५	९२७०	९२७५	९२७९	१	२	२	३	४
५८	९.९२८४	९२८९	९२९४	९२९८	९३०३	९३०८	९३१२	९३१७	९३२२	९३२६	१	२	२	३	४
५९	९.९३३१	९३३५	९३४०	९३४४	९३४९	९३५३	९३५८	९३६२	९३६७	९३७१	१	१	२	३	४
६०	९.९३७५	९३८०	९३८४	९३८८	९३९३	९३९७	९४०१	९४०६	९४१०	९४१४	१	१	२	३	४
६१	९.९४१८	९४२२	९४२७	९४३१	९४३५	९४३९	९४४३	९४४७	९४५१	९४५५	१	१	२	३	३
६२	९.९४५९	९४६३	९४६७	९४७१	९४७५	९४७९	९४८३	९४८७	९४९१	९४९५	१	१	२	३	३
६३	९.९४९९	९५०३	९५०७	९५१०	९५१४	९५१८	९५२२	९५२५	९५२९	९५३३	१	१	२	२	३
६४	९.९५३७	९५४०	९५४४	९५४८	९५५१	९५५५	९५५८	९५६२	९५६६	९५६९	१	१	२	२	३
६५	९.९५७३	९५७६	९५८०	९५८३	९५८७	९५९०	९५९४	९५९७	९६०१	९६०४	१	१	२	२	३
६६	९.९६०७	९६११	९६१४	९६१७	९६२१	९६२४	९६२७	९६३१	९६३४	९६३७	१	१	२	२	३
६७	९.९६४०	९६४३	९६४७	९६५०	९६५३	९६५६	९६५९	९६६२	९६६५	९६६९	१	१	२	२	३
६८	९.९६७२	९६७५	९६७८	९६८१	९६८४	९६८७	९६९०	९६९३	९६९६	९६९९	०	१	१	२	२
६९	९.९७०२	९७०४	९७०७	९७१	९७१३	९७१६	९७१९	९७२२	९७२४	९७२७	०	१	१	२	२
७०	९.९७३०	९७३३	९७३५	९७३८	९७४१	९७४३	९७४६	९७४९	९७५१	९७५४	०	१	१	२	२
७१	९.९७५७	९७५९	९७६२	९७६४	९७६७	९७७०	९७७२	९७७५	९७७७	९७८०	०	१	१	२	२
७२	९.९७८२	९७८५	९७८७	९७८९	९७९२	९७९४	९७९७	९७९९	९८०१	९८०४	०	१	१	२	२
७३	९.९८०६	९८०८	९८११	९८१३	९८१५	९८१७	९८२०	९८२२	९८२४	९८२६	०	१	१	२	२
७४	९.९८२८	९८३१	९८३३	९८३५	९८३७	९८३९	९८४	९८४३	९८४५	९८४७	०	१	१	१	२
७५	९.९८४९	९८५१	९८५३	९८५५	९८५७	९८५९	९८६१	९८६३	९८६५	९८६७	०	१	१	१	२
७६	९.९८६९	९८७१	९८७३	९८७५	९८७६	९८७८	९८८०	९८८२	९८८४	९८८५	०	१	१	१	२
७७	९.९८८७	९८८९	९८९१	९८९२	९८९४	९८९६	९८९७	९८९९	९९०१	९९०२	०	१	१	१	१
७८	९.९९०४	९९०६	९९०७	९९०९	९९१०	९९१२	९९१३	९९१५	९९१६	९९१८	०	१	१	१	१
७९	९.९९१९	९९२१	९९२२	९९२४	९९२५	९९२७	९९२८	९९२९	९९३१	९९३२	०	०	१	१	१
८०	९.९९३४	९९३५	९९३६	९९३७	९९३९	९९४०	९९४१	९९४३	९९४४	९९४५	०	०	१	१	१
८१	९.९९४६	९९४७	९९४९	९९५०	९९५१	९९५२	९९५३	९९५४	९९५५	९९५६	०	०	१	१	१
८२	९.९९५८	९९५९	९९६०	९९६१	९९६२	९९६३	९९६४	९९६५	९९६६	९९६७	०	०	१	१	१
८३	९.९९६८	९९६८	९९६९	९९७०	९९७१	९९७२	९९७३	९९७४	९९७५	९९७५	०	०	०	१	१
८४	९.९९७६	९९७७	९९७८	९९७८	९९७९	९९८०	९९८१	९९८१	९९८२	९४८३	०	०	०	०	१

कोष्ठक ४. लाघवीय ज्या

	कला										मध्यम अंतर				
अंश	०'	६'	१२'	१८'	२४'	३०'	३६'	४२'	४८'	५४'	१'	२'	३'	४'	५'
८५	९.९९८३	९९८४	९९८५	९९८५	९९८६	९९८७	९९८७	९९८८	९९८८	९९८९	०	०	०	०	०
८६	९.९९८९	९९९०	९९९०	९९९१	९९९१	९९९२	९९९२	९९९३	९९९३	९९९४	०	०	०	०	०
८७	९.९९९४	९९९४	९९९५	९९९५	९९९६	९९९६	९९९६	९९९६	९९९७	९९९७	०	०	०	०	०
८८	९.९९९७	९९९८	९९९८	९९९८	९९९८	९९९९	९९९९	९९९९	९९९९	९९९९	०	०	०	०	०
८९	९.९९९९	९९९९	००००	००००	००००	००००	००००	००००	००००	००००	०	०	०	०	०

कोष्ठक ५. लाघवीय स्पर्शक

	कला										मध्यम अंतर				
अंश	०'	६'	१२'	१८'	२४'	३०'	३६'	४२'	४८'	५४'	१'	२'	३'	४'	५'
०	−∞	७.२४१९	५४२९	७११०	८४३९	९४०९	०२००	०८७०	१४५०	१९६२	मध्यम अंतर निरुपयोगी				
१	८.२४१९	२६३३	३२७१	३५५९	३८८१	४१८१	४४६१	४७२५	४९७३	५२०८					
२	८.५४३१	५६४३	५८४५	६०३८	६२२३	६४०१	६५७१	६७३६	६८९४	७०४६					
३	८.७१९४	७३३७	७४७५	७६०९	७७३९	७८६५	७९८८	८१०७	८२२३	८३३६					
४	८.८४४६	८५५४	८६५९	८७६२	८८६२	८९६०	९०५६	९१५०	९२४१	९३३१	१६	३२	४८	६५	८१
५	८.९४२०	९५०६	९५९१	९६७४	९७५६	९८३६	९९१०	९९९२	००६८	०१४३	१३	२६	४०	५३	६६
६	९.०२१६	०२८९	०३६०	०४३०	०४९९	०५६७	०६३३	०६९९	०७६४	०८२८	११	२२	३४	४५	५६
७	९.०८९१	०९५४	१०१५	१०७६	११३५	११९४	१२५२	१३१०	१३६७	१४२३	१०	२०	२९	३९	४९
८	९.१४७८	१५३३	१५८७	१६४०	१६९३	१७४५	१७९७	१८४८	१८९८	१९४८	९	१७	२६	३५	४३
९	९.१९९७	२०४६	२०९४	२१४२	२१८९	२२३६	२२८२	२३२८	२३७४	२४१९	८	१६	२३	३१	३९
१०	९.२४६३	२५०७	२५५१	२५९४	२६३७	२६८०	२७२२	२७६४	२८०५	२८४६	७	१४	२१	२८	३५
११	९.२८८७	२९२७	२९६७	३००६	३०४६	३०८५	३१२३	३१६२	३२००	३२३७	६	१३	१९	२६	३२
१२	९.३२७५	३३१२	३३४९	३३८५	३४२२	३४५८	३४९३	३५२९	३५६४	३५९९	६	१२	१८	२४	३०
१३	९.३६३४	३६६८	३७०२	३७३६	३७७०	३८०३	३८३७	३८७०	३९०२	३९३५	६	११	१७	२२	२८
१४	९.३९६८	४०००	४०३२	४०६४	४०९५	४१२७	४१५८	४१८९	४२२०	४२५०	५	१०	१६	२१	२५
१५	९.४२८१	४३११	४३४१	४३७१	४४००	४४३०	४४५९	४४८८	४५१७	४५४६	५	१०	१५	२०	२४
१६	९.४५७५	४६०३	४६३२	४६६०	४६८८	४७१६	४७४४	४७७१	४७९९	४८२६	५	९	१४	१९	२३
१७	९.४८५३	४८८०	४९०७	४९३४	४९६१	४९८७	५०१४	५०४०	५०६६	५०९२	४	९	१३	१८	२२
१८	९.५११८	५१४३	५१६९	५१९४	५२२०	५२४५	५२७०	५२९५	५३२०	५३४५	४	८	१३	१७	२१
१९	९.५३७०	५३९४	५४१९	५४४३	५४६७	५४९१	५५१५	५५३९	५५६३	५५८७	४	८	१२	१६	२०
२०	९.५६११	५६३४	५६५८	५६८१	५७०४	५७२७	५७५०	५७७३	५७९६	५८१९	४	८	१२	१५	१९
२१	९.५८४२	५८६४	५८८७	५९०९	५९३२	५९५४	५९७६	५९९८	६०२०	६०४२	४	७	११	१५	१९
२२	९.६०६४	६०८६	६१०८	६१२९	६१५१	६१७२	६१९४	६२१५	६२३६	६२५७	४	७	११	१४	१८

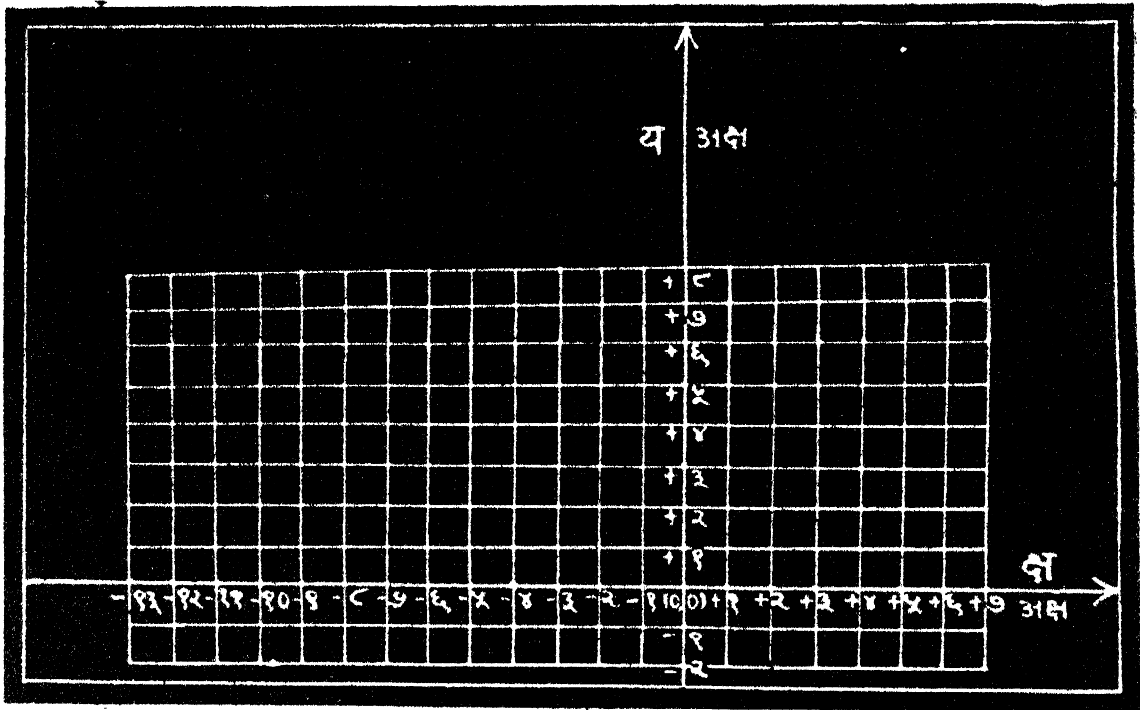
कोष्टक ५. लाघवीय स्पर्शक

	कला										मध्यम अंतर				
अंश	०'	६'	१२'	१८'	२४'	३०'	३६'	४२'	४८'	५४'	१'	२'	३'	४'	५'
२३	९·६२७९	६३००	६३२१	६३४१	६३६२	६३८३	६४०४	६४२४	६४४५	६४६५	३	७	१०	१४	१७
२४	९·६४८६	६५०६	६५२७	६५४७	६५६७	६५८७	६६०७	६६२७	६६४७	६६६७	३	७	१०	१३	१७
२५	९·६६८७	६७०६	६७२६	६७४६	६७६५	६७८५	६८०४	६८२४	६८४३	६८६३	३	७	१०	१३	१६
२६	९·६८८२	६९०१	६९२०	६९३९	६९५८	६९७७	६९९६	७०१५	७०३४	७०५३	३	६	९	१३	१६
२७	९·७०७२	७०९०	७१०९	७१२८	७१४६	७१६५	७१८३	७२०२	७२२०	७२३८	३	६	९	१२	१५
२८	९·७२५७	७२७५	७२९३	७३११	७३३०	७३४८	७३६६	७३८४	७४०२	७४२०	३	६	९	१२	१५
२९	९·७४३८	७४५५	७४७३	७४९१	७५०९	७५२६	७५४४	७५६२	७५७९	७५९७	३	६	९	१२	१५
३०	९·७६१४	७६३२	७६४९	७६६७	७६८४	७७०१	७७१९	७७३६	७७५३	७७७१	३	६	९	१२	१४
३१	९·७७८८	७८०५	७८२२	७८३९	७८५६	७८७३	७८९०	७९०७	७९२४	७९४१	३	६	९	११	१४
३२	९·७९५८	७९७५	७९९२	८००८	८०२५	८०४२	८०५९	८०७५	८०९२	८१०९	३	६	८	११	१४
३३	९·८१२५	८१४२	८१५८	८१७५	८१९१	८२०८	८२२४	८२४१	८२५७	८२७४	३	५	८	११	१४
३४	९·८२९०	८३०६	८३२३	८३३९	८३५५	८३७१	८३८८	८४०४	८४२०	८४३६	३	५	८	११	१४
३५	९·८४५२	८४६८	८४८४	८५०१	८५१७	८५३३	८५४९	८५६५	८५८१	८५९७	३	५	८	११	१३
३६	९·८६१३	८६२९	८६४४	८६६०	८६७६	८६९२	८७०८	८७२४	८७४०	८७५५	३	५	८	११	१३
३७	९·८७७१	८७८७	८८०३	८८१८	८८३४	८८५०	८८६५	८८८१	८८९७	८९१२	३	५	८	११	१३
३८	९·८९२८	८९४४	८९५९	८९७५	८९९०	९००६	९०२२	९०३७	९०५३	९०६८	३	५	८	१०	१३
३९	९·९०८४	९०९९	९११५	९१३०	९१४६	९१६१	९१७६	९१९२	९२०७	९२२३	३	५	८	१०	१३
४०	९·९२३८	९२५४	९२६९	९२८४	९३००	९३१५	९३३०	९३४६	९३६१	९३७६	३	५	८	१०	१३
४१	९·९३९२	९४०७	९४२२	९४३८	९४५३	९४६८	९४८३	९४९९	९५१४	९५२९	३	५	८	१०	१३
४२	९·९५४४	९५६०	९५७५	९५९०	९६०५	९६२१	९६३६	९६५१	९६६६	९६८१	३	५	८	१०	१३
४३	९·९६९७	९७१२	९७२७	९७४२	९७५७	९७७२	९७८८	९८०३	९८१८	९८३३	३	५	८	१०	१३
४४	९·९८४८	९८६४	९८७९	९८९४	९९०९	९९२४	९९३९	९९५५	९९७०	९९८५	३	५	८	१०	१३
४५	१०·००००	००१५	००३०	००४५	००६१	००७६	००९१	०१०६	०१२१	०१३६	३	५	८	१०	१३
४६	१०·०१५२	०१६७	०१८२	०१९७	०२१२	०२२८	०२४३	०२५८	०२७३	०२८८	३	५	८	१०	१३
४७	१०·०३०३	०३१९	०३३४	०३४९	०३६४	०३७९	०३९५	०४१०	०४२५	०४४०	३	५	८	१०	१३
४८	१०·०४५६	०४७१	०४८६	०५०१	०५१७	०५३२	०५४७	०५६२	०५७८	०५९३	३	५	८	१०	१३
४९	१०·०६०८	०६२४	०६३९	०६५४	०६७०	०६८५	०७००	०७१६	०७३१	०७४६	३	५	८	१०	१३
५०	१०·०७६२	०७७७	०७९३	०८०८	०८२४	०८३९	०८५४	०८७०	०८८५	०९०१	३	५	८	१०	१३
५१	१०·०९१६	०९३२	०९४७	०९६३	०९७८	०९९४	१०१०	१०२५	१०४१	१०५६	३	५	८	१०	१३
५२	१०·१०७२	१०८८	११०३	१११९	११३५	११५०	११६६	११८२	११९७	१२१३	३	५	८	१०	१३
५३	१०·१२२९	१२४५	१२६०	१२७६	१२९२	१३०८	१३२४	१३४०	१३५६	१३७१	३	५	८	११	१३
५४	१०·१३८७	१४०३	१४१९	१४३५	१४५१	१४६७	१४८३	१४९९	१५१६	१५३२	३	५	८	११	१३
५५	१०·१५४८	१५६४	१५८०	१५९६	१६१२	१६२९	१६४५	१६६१	१६७७	१६९४	३	५	८	११	१४
५६	१०·१७१०	१७२६	१७४३	१७५९	१७७६	१७९२	१८०९	१८२५	१८४२	१८५८	३	५	८	११	१४
५७	१०·१८७५	१८९१	१९०८	१९२५	१९४१	१९५८	१९७५	१९९२	२००८	२०२५	३	६	८	११	१४

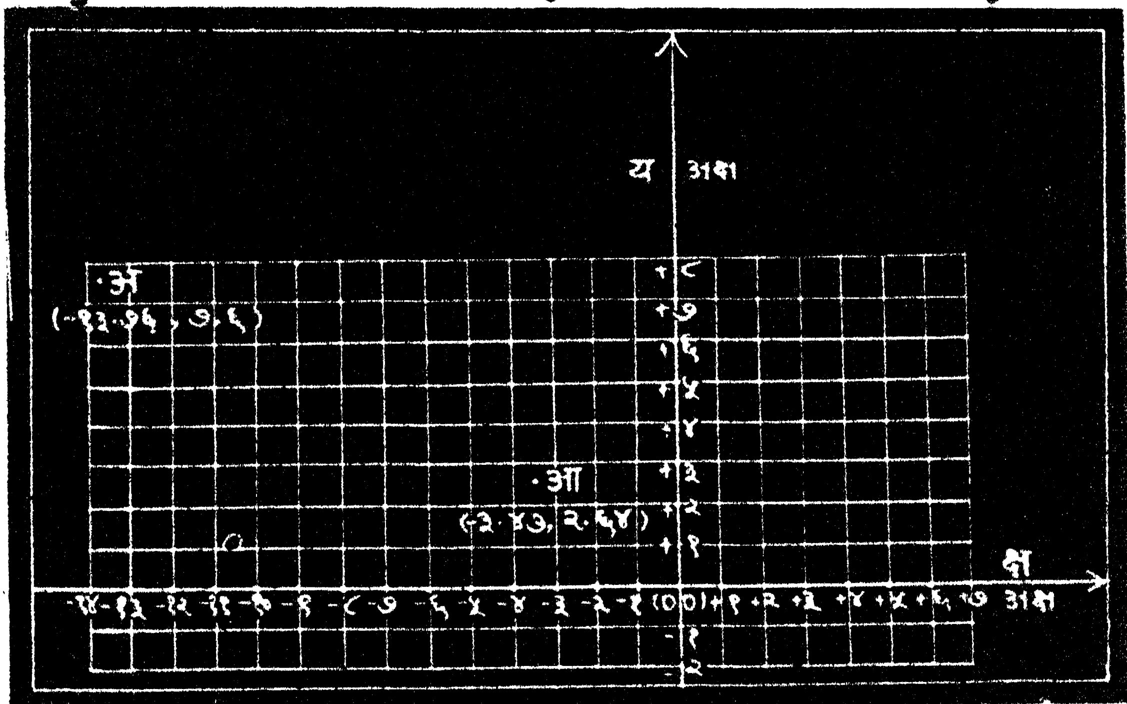
कोष्ठक ५. लाघवीय स्पर्शक

	कला										मध्यम अंतर				
अंश	०'	६'	१२'	१८'	२४'	३०'	३६'	४२'	४८'	५४'	१'	२'	३'	४'	५'
५८	१०·२०४२	२०५९	२०७६	२०९३	२११०	२१२७	२१४४	२१६१	२१७८	२१९६	३	६	९	११	१४
५९	१०·२२१२	२२२९	२२४७	२२६४	२२८२	२२९९	२३१६	२३३३	२३५१	२३६८	३	६	९	१२	१४
६०	१०·२३८६	२४०३	२४२१	२४३८	२४५६	२४७४	२४९१	२५०९	२५२७	२५४५	३	६	९	१२	१५
६१	१०·२५६२	२५८०	२५९८	२६१६	२६३४	२६५२	२६७०	२६८९	२७०७	२७२५	३	६	९	१२	१५
६२	१०·२७४३	२७६२	२७८०	२७९८	२८१७	२८३५	२८५४	२८७२	२८९१	२९१०	३	६	९	१२	१५
६३	१०·२९२८	२९४७	२९६६	२९८५	३००४	३०२३	३०४२	३०६१	३०८०	३०९९	३	६	९	१३	१६
६४	१०·३११८	३१३७	३१५७	३१७६	३१९६	३२१५	३२३५	३२५४	३२७४	३२९४	३	६	१०	१३	१६
६५	१०·३३१३	३३३३	३३५३	३३७३	३३९३	३४१३	३४३३	३४५३	३४७३	३४९४	३	७	१०	१३	१७
६६	१०·३५१४	३५३५	३५५५	३५७६	३५९६	३६१७	३६३८	३६५९	३६७९	३७००	३	७	१०	१४	१७
६७	१०·३७२१	३७४२	३७६४	३७८५	३८०६	३८२८	३८४९	३८७१	३८९२	३९१४	४	७	११	१४	१८
६८	१०·३९३६	३९५८	३९८०	४००२	४०२४	४०४६	४०६८	४०९१	४११३	४१३६	४	७	११	१५	१९
६९	१०·४१५८	४१८१	४२०४	४२२७	४२५०	४२७३	४२९६	४३१९	४३४२	४३६६	४	८	१२	१५	१९
७०	१०·४३८९	४४१३	४४३७	४४६१	४४८४	४५०९	४५३३	४५५७	४५८१	४६०६	४	८	१२	१६	२०
७१	१०·४६३०	४६५५	४६८०	४७०५	४७३०	४७५५	४७८०	४८०५	४८३१	४८५७	४	८	१३	१७	२१
७२	१०·४८८२	४९०८	४९३४	४९६०	४९८६	५०१३	५०३९	५०६६	५०९३	५१२०	४	९	१३	१८	२२
७३	१०·५१४७	५१७४	५२०१	५२२९	५२५६	५२८४	५३१२	५३४०	५३६८	५३९७	५	९	१४	१९	२३
७४	१०·५४२५	५४५४	५४८३	५५१२	५५४१	५५७०	५६००	५६२९	५६५९	५६८९	५	१०	१५	२०	२५
७५	१०·५७१९	५७५०	५७८०	५८११	५८४२	५८७३	५९०४	५९३६	५९६८	६०००	५	१०	१६	२१	२६
७६	१०·६०३२	६०६४	६०९७	६१३०	६१६३	६१९६	६२३०	६२६४	६२९८	६३३२	६	११	१७	२२	२८
७७	१०·६३६६	६४०१	६४३६	६४७१	६५०७	६५४२	६५७८	६६१५	६६५१	६६८८	६	१२	१८	२४	३०
७८	१०·६७२६	६७६३	६८००	६८३८	६८७७	६९१५	६९५४	६९९४	७०३३	७०७३	६	१३	१९	२६	३२
७९	१०·७११३	७१५४	७१९५	७२३६	७२७८	७३२०	७३६३	७४०६	७४४९	७४९३	७	१४	२१	२८	३५
८०	१०·७५३७	७५८१	७६२६	७६७२	७७१८	७७६४	७८११	७८५८	७९०६	७९५४	८	१६	२३	३१	३९
८१	१०·८००३	८०५२	८१०२	८१५२	८२०३	८२५४	८३०७	८३६०	८४१३	८४६७	९	१७	२६	३५	४३
८२	१०·८५२२	८५७७	८६३३	८६९०	८७४८	८८०६	८८६५	८९२४	८९८५	९०४६	१०	२०	२९	३९	४९
८३	१०·९१०९	९१७२	९२३६	९३०१	९३६७	९४३३	९५०१	९५७०	९६४०	९७११	११	२२	३४	४५	५६
८४	१०·९७८४	९८५७	९९३२	०००८	००८५	०१६४	०२४४	०३२६	०४०९	०४९४	१३	२६	४०	५३	६६
८५	११·०५८०	०६६९	०७५९	०८५०	०९४४	१०४०	११३८	१२३८	१३४१	१४४६	१६	३२	४८	६४	८३
८६	११·१५५४	१६६४	१७७७	१८९३	२०१२	२१३५	२२६१	२३९१	२५२५	२६६३	२०	४१	६२	८३	१०८
८७	११·२८०६	२९५४	३१०६	३२६४	३४२९	३५९९	३७७७	३९६२	४१५५	४३५७	२९	५८	८७	११६	१४४
८८	११·४५६९	४७९२	५०२७	५२७५	५५३९	५८१९	६११९	६४४१	६७८९	७१६७					
८९	११·७५८१	८०३८	८५५०	९१३०	९८००	०५९१	१५६१	२८१०	४५७१	७५८१					

चि. अं. १



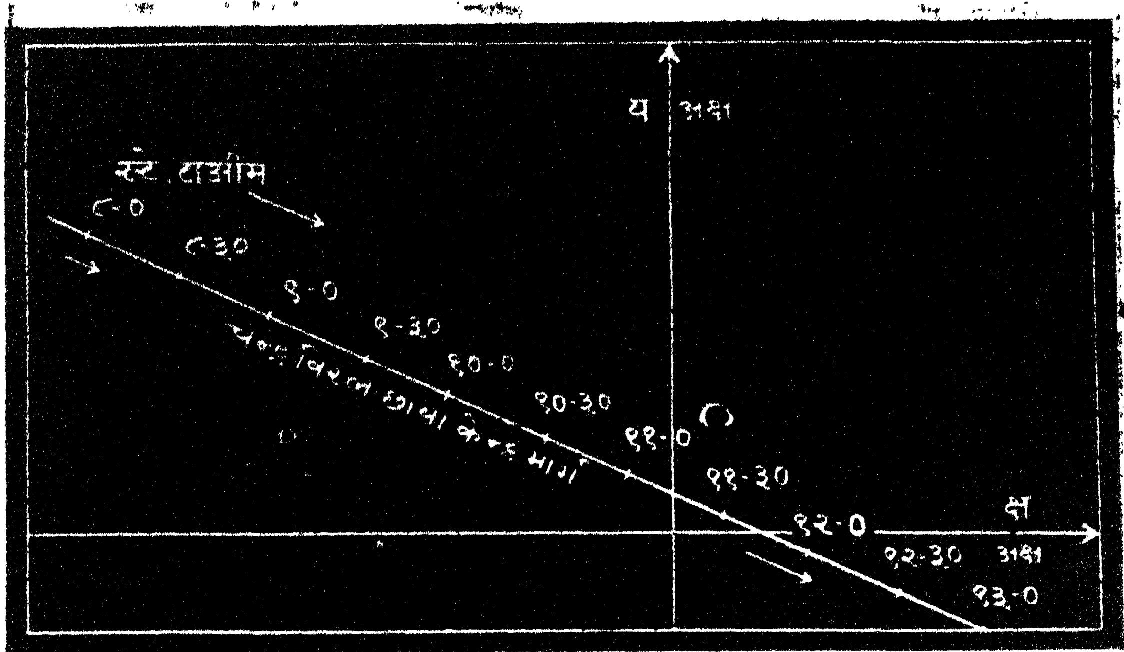
य अक्ष
क्ष अक्ष
+८ +७ +६ +५ +४ +३ +२ +१ -१ -२
-१३ -१२ -११ -१० -९ -८ -७ -६ -५ -४ -३ -२ -१ (०,०) +१ +२ +३ +४ +५ +६ +७

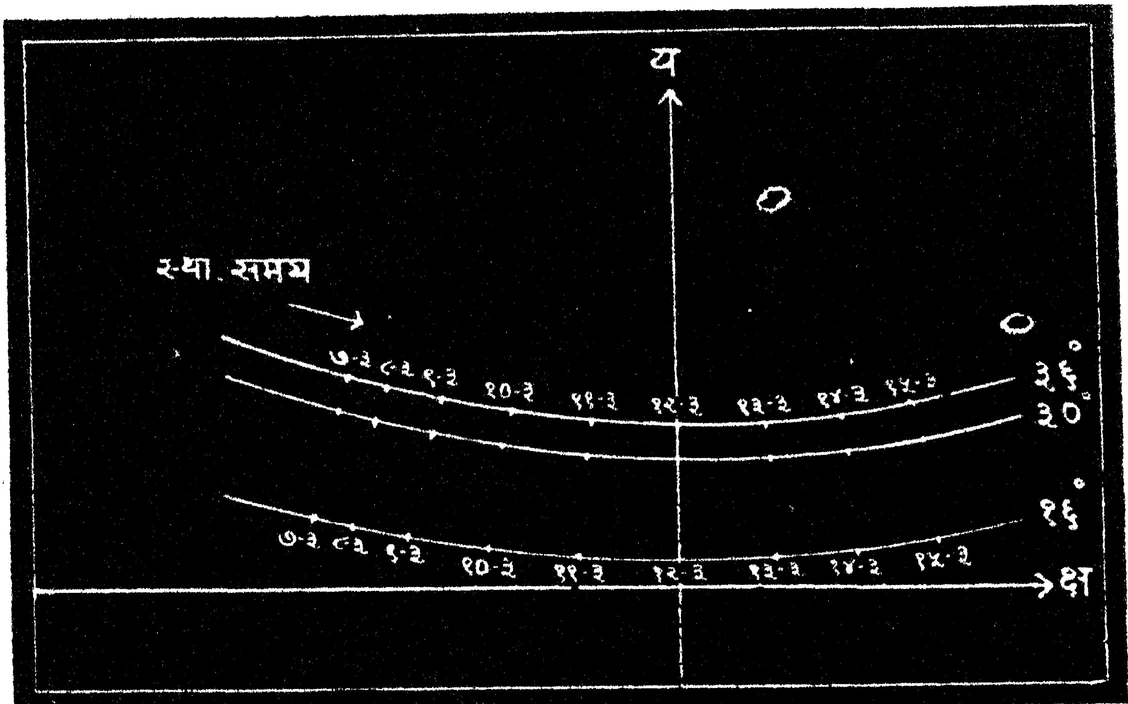


य अक्ष
क्ष अक्ष
·अ
(-१३.७५, ७.६)
·आ
(-३.४७, २.६४)
+८ +७ +६ +५ +४ +३ +२ +१ -१ -२
-१४ -१३ -१२ -११ -१० -९ -८ -७ -६ -५ -४ -३ -२ -१ (०,०) +१ +२ +३ +४ +५ +६ +७

चि. अं. २

चित्र क्रं ३


य अक्ष
स्टॅ. टाईम
८-०
८-३०
९-०
९-३०
१०-०
१०-३०
११-०
११-३०
१२-०
१२-३०
१३-०
क्ष अक्ष

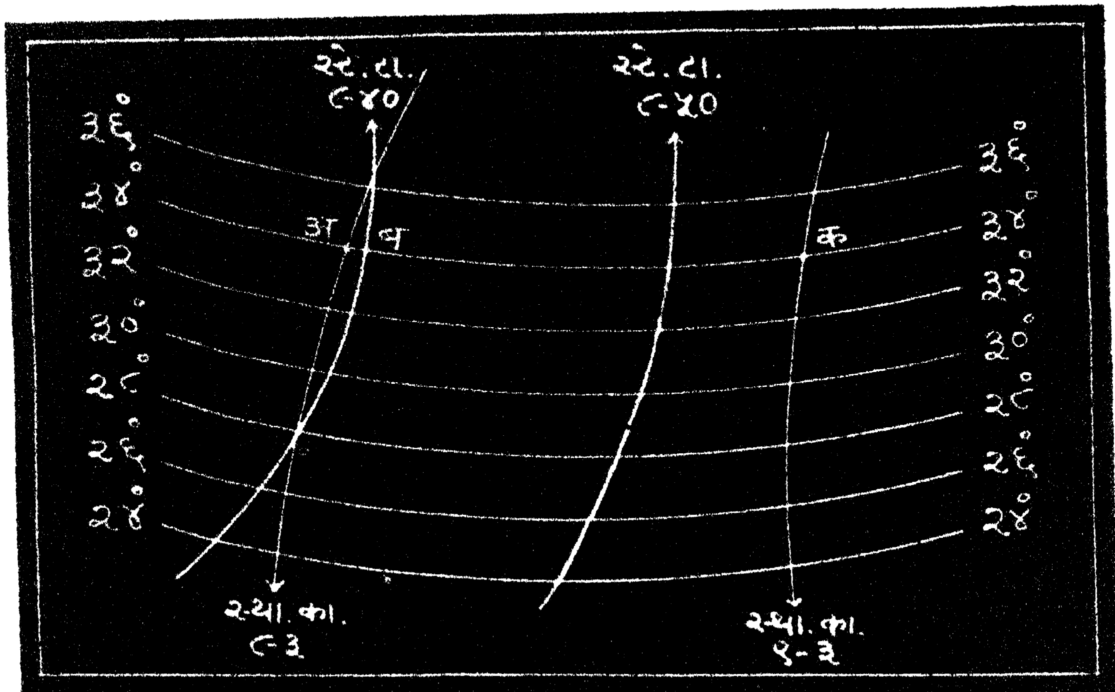

य
स्था. समय
७-३ ८-३ ९-३ १०-३ ११-३ १२-३ १३-३ १४-३ १५-३
३६°
३०°
१६°
७-३ ८-३ ९-३ १०-३ ११-३ १२-३ १३-३ १४-३ १५-३
क्ष

चि. क्र. ४

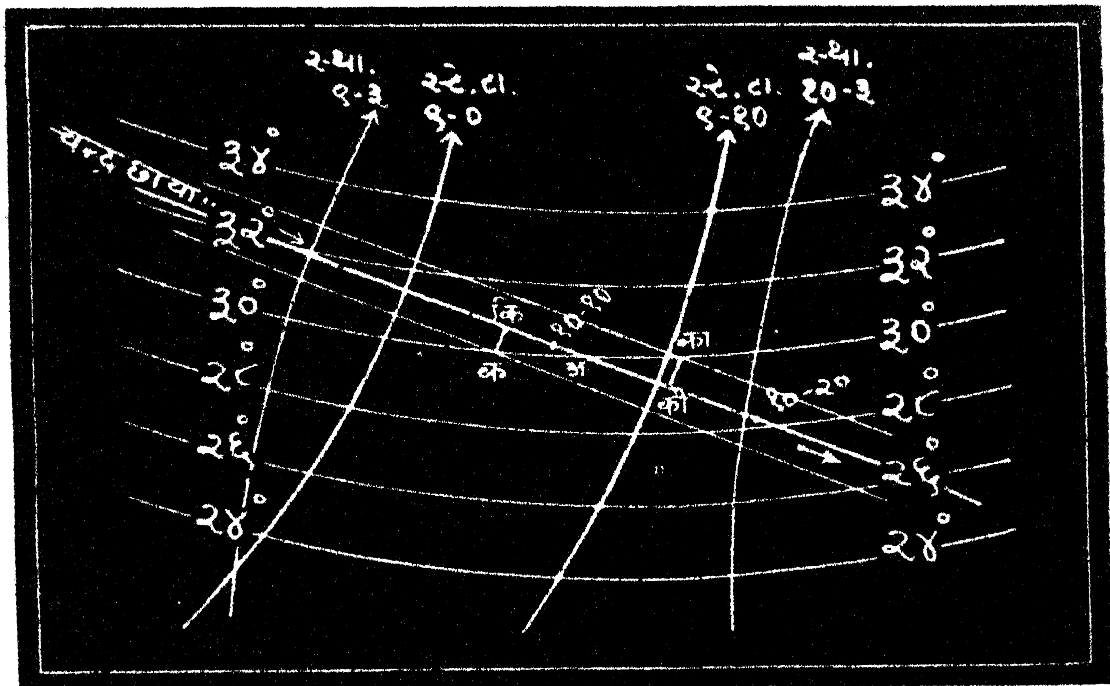
चि. क्रं. २

चित्र अं ३

चि. अं ७



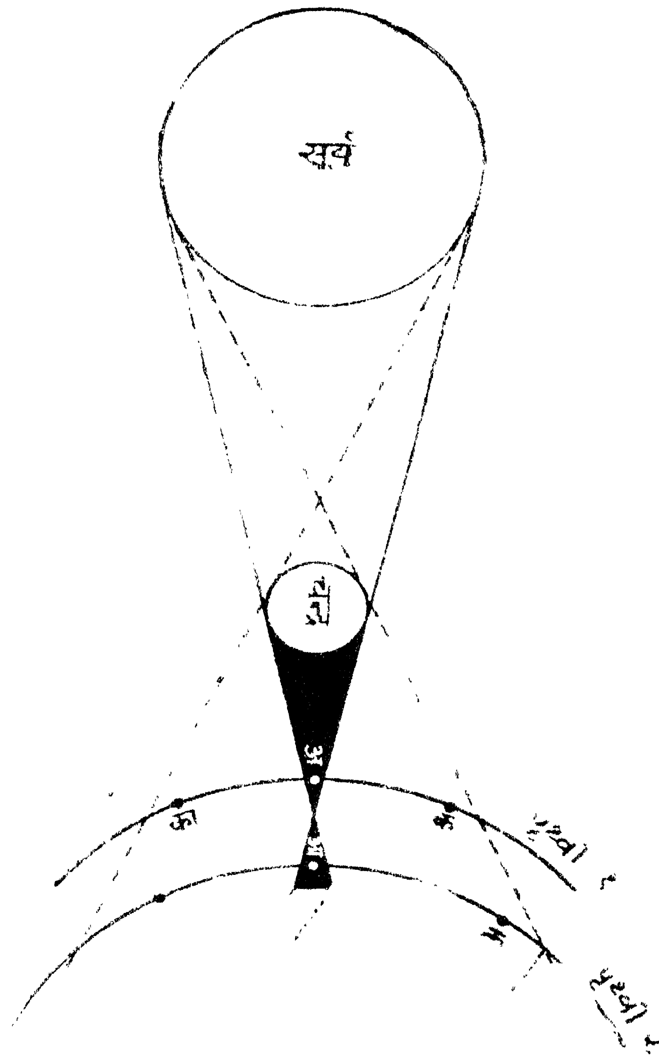
स्टे.टा.
८-४०
स्टे.टा.
८-५०
३६°
३४°
३२°
३०°
२८°
२६°
२४°
आ
ब
क
स्था.का.
८-३
स्था.का.
९-३

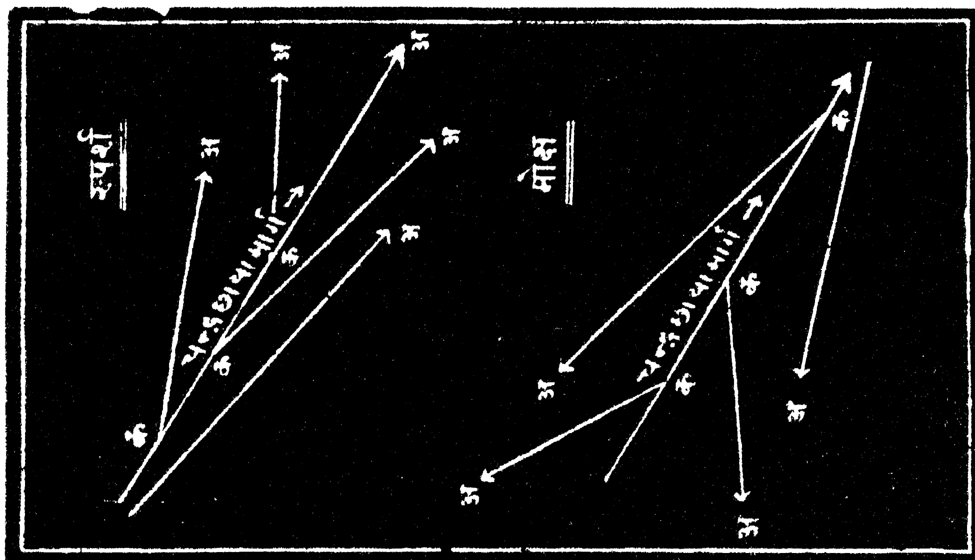


स्था.
९-३
स्टे.टा.
९-०
स्टे.टा.
९-१०
स्था.
१०-३
चन्द्र छाया
३४°
३२°
३०°
२८°
२६°
२४°
कि
१०-१०
क
अ
का
की
१०-२०

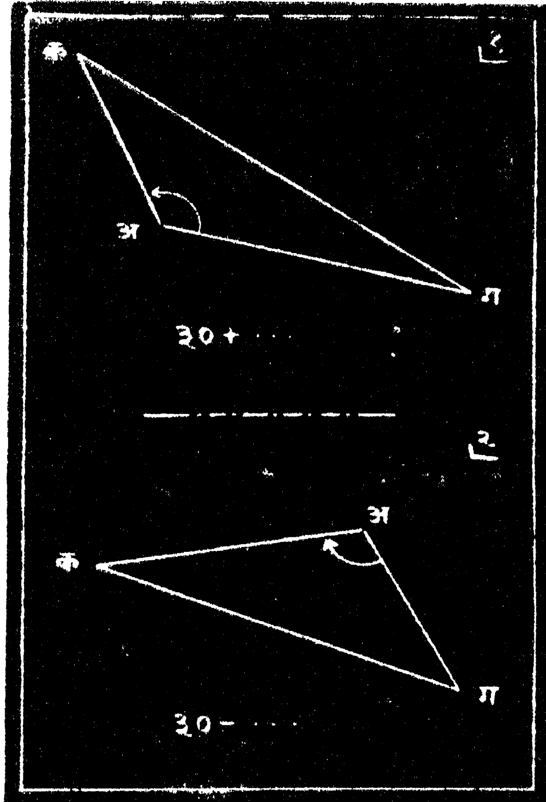
चि. अ. ८

चि. अ. ९

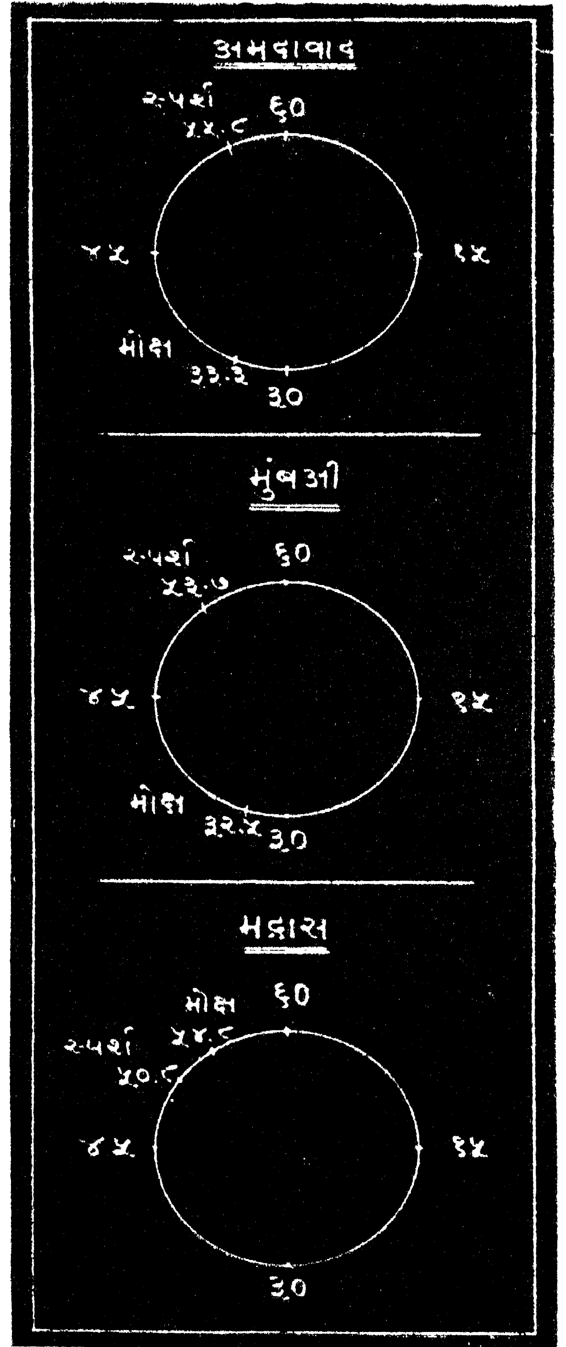




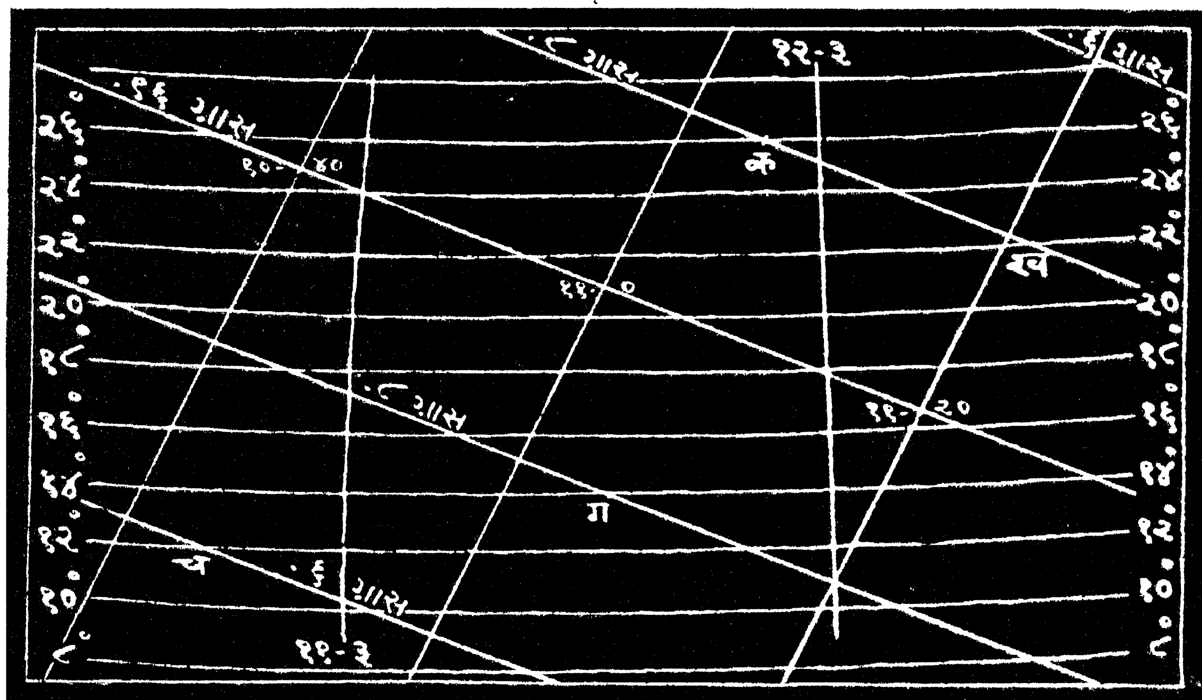
चि. अं. १०


क
अ
ग
३०+
क
अ
ग
३०-

चि. अं. ११


અમદાવાદ
સ્પર્શ
૫૫.૮
૬૦
૪૫
૧૫
મોક્ષ
૩૩.૩
૩૦
મુંબઆી
સ્પર્શ
૫૨.૭
૬૦
૪૫
૧૫
મોક્ષ
૩૨.૫
૩૦
મદ્રાસ
મોક્ષ
૬૦
સ્પર્શ
૫૪.૮
૫૦.૮
૪૫
૧૫
૩૦

चि. अं. १२



चि. अं. १३

સૂર્યગ્રહણ

૨૧ ઓગસ્ટ ૧૯૩૩

૦.૯ ગ્રાસ
૦.૯૬ ગ્રાસ
૦.૮ ગ્રાસ
૦.૬ ગ્રાસ
૦.૪ ગ્રાસ

પેશાવર
શ્રીનગર
લાહોર
સીમલા
ક્વેટા
લ્હાસા
દિલ્હી
બીકાનેર
આગરા
લખનઉ
ખટમંડુ
દાર્જીલિંગ
હૈદ્રાબાદ
અજમેર
અલ્લાહાબાદ
કરાચી
ઢાકા
રાંચી
અમદાવાદ
વડોદરા
જબલપોર
કલકત્તા
માંડાલે
કટક
નાગપુર
મુંબઈ
હૈદ્રાબાદ
રંગુન
બેંગલોર
મદ્રાસ
મૈસુર

ઉ

પરમગ્રાસ આલેખ

ગ્રહણમધ્ય - · - · - · -

૫૬° ૬૦ ૬૪ ૬૮ ૭૨ ૭૬ ૮૦ ૮૪ ૮૮ ૯૨ ૯૬ ૧૦૦ ૧૦૪

૩૬° ૩૨° ૨૮° ૨૪° ૨૦° ૧૬° ૧૨° ૮°

૬૦° ૬૪ ૬૮ ૭૨ ૭૬ ૮૦ ૮૪ ૮૮ ૯૨ ૯૬ ૧૦૦

चि. अ. १६

उ

पू

प

द

- सूर्यग्रहण अगस्त २१ -

ख्रि.स.

- १९३३ -

माप :-

१ अंच = .२

चि. अं. १७

સૂર્યગ્રહણ

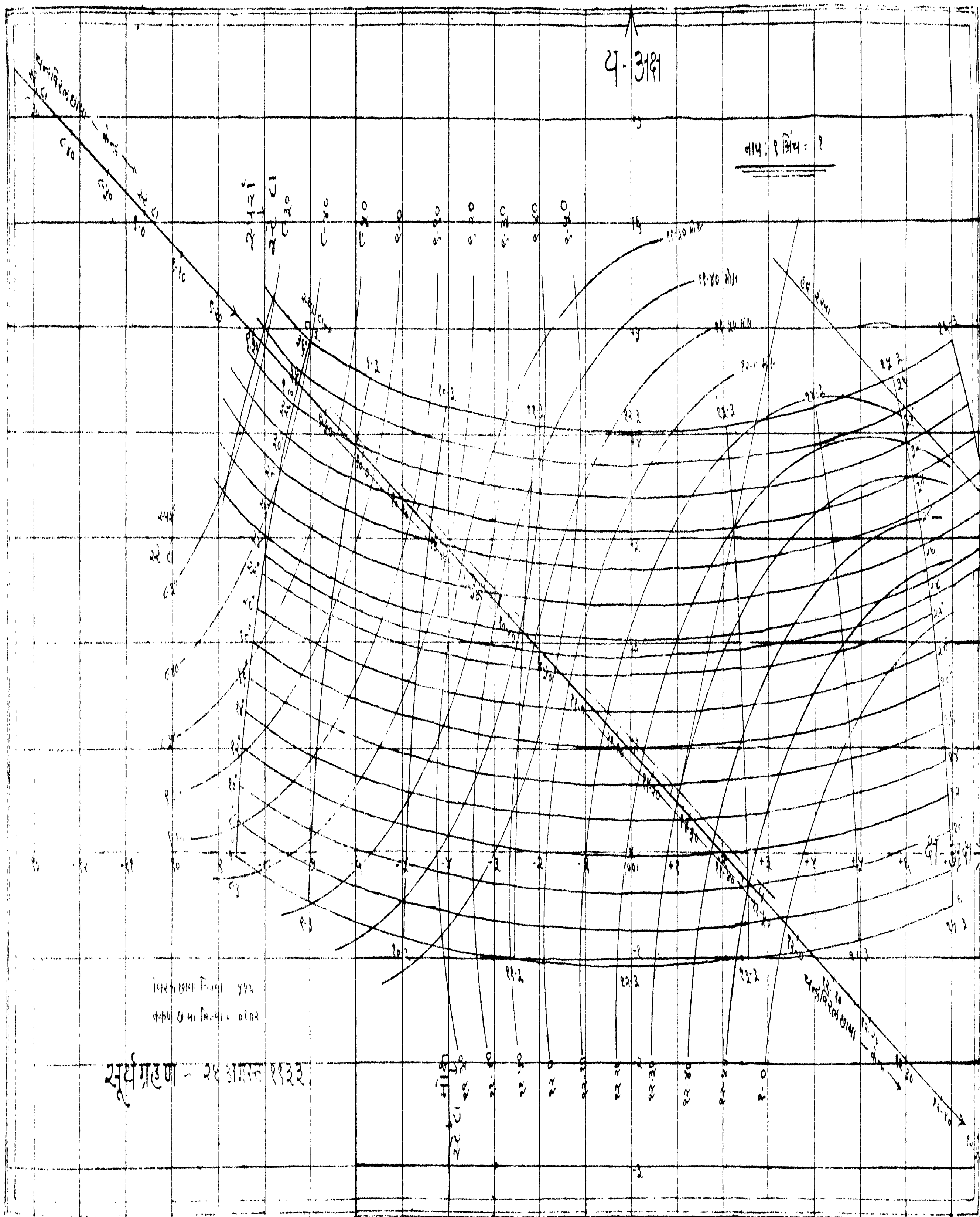
૨૧ અગસ્ત ૧૯૩૩

પેશાવર
શ્રીનગર
લાહોર
સીમલા
ક્વેટા
દિલ્હી
બીકાનેર
આગ્રા
કાનપુર
ખટમંડુ
દાર્જીલિંગ
લ્હાસા
હૈદ્રાબાદ
અજમેર
કરાંચી
અલાહાબાદ
ઢાકા
રાંચી
અહમદાબાદ
બડૌદા
જબલપોર
કલકત્તા
માંડાલે
નાગપુર
કટક
બમ્બઈ
રંગુન
હૈદ્રાબાદ
મદ્રાસ
બંગલોર
મ્હૈસુર

ઉ

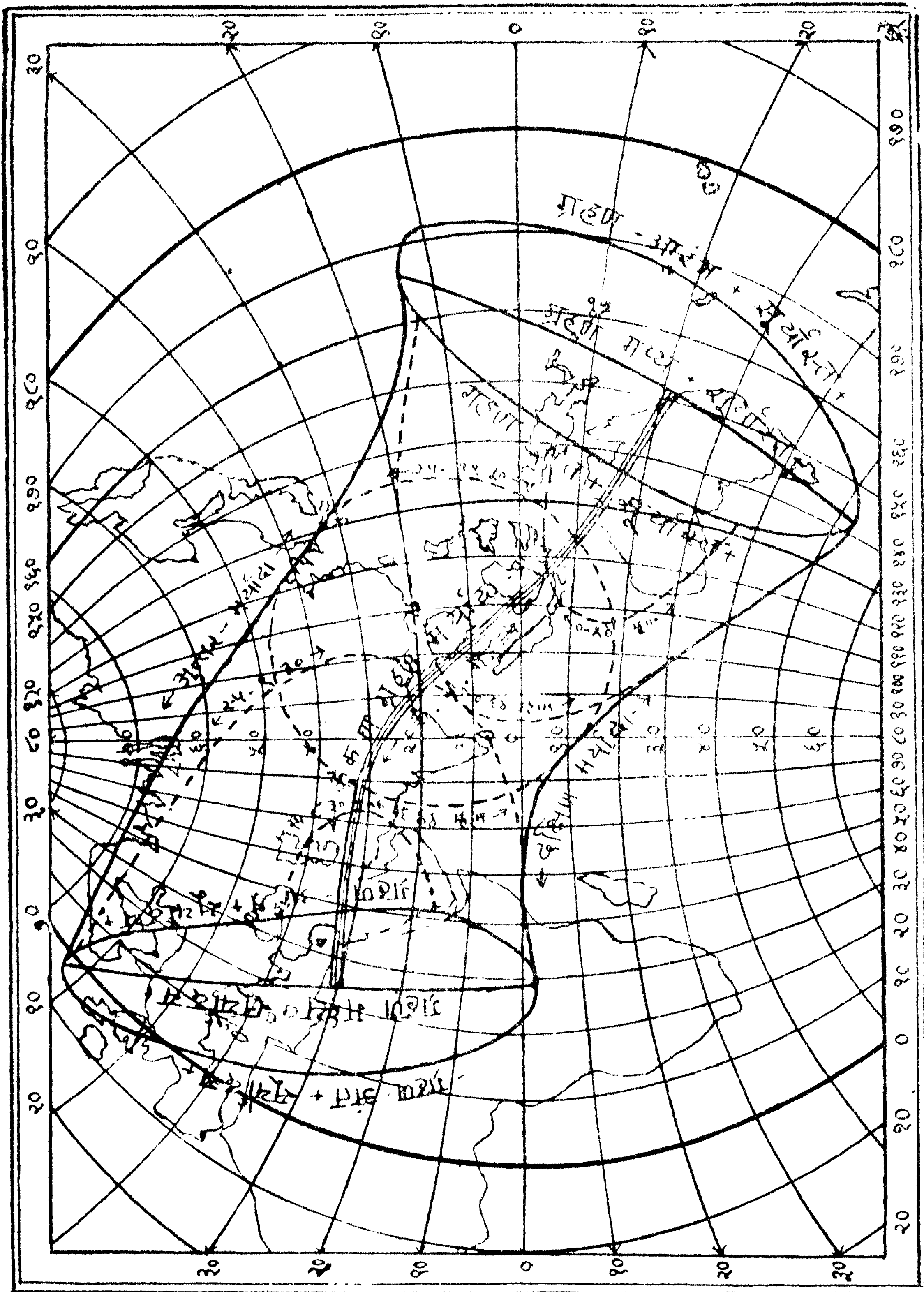
સંજ્ઞા-
સ્પર્શ રેખા
મોક્ષ રેખા
કંકણ-પટ
મધ્ય ગ્રહણ

चि अं. १५


य-अक्ष
माप : १ इंच = १
क्ष-अक्ष
सूर्यग्रहण - २१ आगस्ट १९३३

३६
पेशावर
श्रीनगर
रायलपिंडी
३२
लाहोर
देहरा
क
२८
बिकानेर
दिल्ली
सक्कर
जोधपुर
आग्रा
लखनौ
दार्जिलिंग
कराची
हैद्रा
काशी
प्रयाग
२४
जबलपुर
कलकत्ता
अमदाबाद
नागपुर
संबल
२०
६४
मो २०
मुंबाई
मो
पूना
स्प
बागल
सिकंद्रा
विझगी
१६
६८
बेल
८८
च
कार
बेंगलोर
मद्रास
मो०
मो १०
१२
मो ३०
स्प ५०
८४
त्रिचीनापल्ली
कोची
मदुरा
स्प ४८
८
मो २०
मो ५०
७२
७६
८०

चि. अं. १८



चि. अं. १९.

ભાષણ-બોલચાલ સાથે, વગેરેને લગતી મહત્ત્વની અને અભ્યાસપૂ
શબ્દસૂચિ પણ આપવામાં છે જે અભ્યાસીઓને ઉપયોગી થશે.

Archaeology and Anciet Indian History, કી. ૩-૦-૦ : આ પુસ્તકમાં વડોદરા રાજ્યના પ્રાચ્યવિદ્યા સંશોધન ખાતાના ભૂતપૂર્વ ડિરેક્ટર ડૉ. હીરાનંદ શાસ્ત્રીએ પ્રાચીન શોધખોળોનો ઇતિહાસ, ગુજરાતકાઠિયાવાડનાં પ્રાચીન ઐતિહાસિક સ્થળો, નાલંદા તથા ગુજરાત કાઠિયાવાડના સાંસ્કારિક ઇતિહાસનાં સાધનો એ વિષયો ઉપર આપેલાં વ્યાખ્યાનો એમણે ફરીથી લખી આપેલાં તે છાપવામાં આવ્યાં છે. પુસ્તક સાથે આર્ટપેપર ઉપર છાપેલી ૨૪ પ્લેટ્સ પણ આપવામાં આવી છે

૧૨. ભુવેલની તપાસ (નકશા અને ચિત્રો સાથે) કી. ૪-૦-૦ : લે. શ્રી. વિમળ શાહ તથા શ્રી. સરલાબહેન શાહ. નમૂના તરીકે વડોદરા રાજ્યના એક ગામ ભુવેલની ભૌગોલિક, ખેતીવિષયક, સંસ્કૃતિવિષયક, કેળવણીવિષયક, તેમજ રાજકીય વગેરે ભિન્ન ભિન્ન પ્રકારના ક્ષેત્રોમાં જાતતપાસથી કરેલી તપાસનો એક સુંદર નમૂનો આપી ગામડાંને કેવી રીતે ઉચ્ચ કક્ષાએ લાવી શકાય એ બતાવી આપ્યું છે. આ જાતનો પ્રયત્ન ગુજરાતી ભાષામાં આ પહેલો જ છે; છતાં એ ઉચ્ચ પ્રકારનો થઈ શક્યો છે એ ગ્રંથની વિશિષ્ટતા છે.

૧૩. પ્રાચીન ગુજરાતી છંદો. કી. ૪-૦-૦ : લે. પ્રો. રામનારાયણ પાઠક. પ્રો. પાઠકે અપભ્રંશ ભાષાથી લઈ દેશી રાહનાં પદો ગરબા આખ્યાનો વગેરેમાં પ્રચલિત છંદોબંધના વિકાસની અન્ય સંપૂર્ણ માહિતી આપી શાસ્ત્રીય રીતે આખા વિષયની મીમાંસા કરી છે. ગેય ગીતોના બંધોની આવી સર્વાંગપૂર્ણ મીમાંસા મરાઠી સિવાય બીજી કોઈ પણ દેશભાષામાં થયેલી જાણવામાં નથી, એ રીતે પણ આ ગ્રંથનું ઓછું મહત્ત્વ નથી.

૧૪. ઉચ્ચારશાસ્ત્રપ્રવેશિકા, કી. ૨-૦-૦ : લે. શ્રી. અંબાલાલ પંચાલ. લેખકે સ્વરો અને વ્યંજનોનાં ઉચ્ચારણસ્થાનોનો ખ્યાલ આપી પ્રત્યેક સ્વર અને વ્યંજન કેવી રીતે ઉત્પન્ન થાય છે તે વિશે મહત્ત્વપૂર્ણ છતાં સરલ ભાષામાં નિરૂપણ કરી આ વિષયને ગુજરાત સમક્ષ વહેતો કર્યો છે લેખક અમદાવાદની બહેરાંમૂંગાંની શાળામાં શિક્ષક હોઈ ઉચ્ચારણસ્થાનોનો એમને ગાઢ પરિચય છે. એ અંગે અમેરિકન તેમજ બીજું વિદેશી સાહિત્ય પણ વાંચવું પડ્યું છે. એનો લાભ એમણે આપ્યો છે. ઉચ્ચારણની શુદ્ધિ જાળવીને આ ગ્રંથવાચન જરૂરી છે.

૧૫. શામળનું વાર્તાસાહિત્ય, કી. ૧-૦-૦ : લે. સ્વ. પ્રો. નવલરામ જ. ત્રિવેદી. સ્વ. પ્રો. નવલરામ જ. ત્રિવેદીએ સયાજી વિદ્યાવિસ્તાર વ્યાખ્યાનમાળામાં આ વ્યાખ્યાનમાં શામળની વાર્તાકૃતિઓની મીમાંસા કરી એ વાર્તાઓના ગુણદોષમાં ઊતરી શામળ ઉપર એની પૂર્વના લેખકોની કાંઈ અસર હોય તો કેટલી છે એ બતાવી શામળની શક્તિનો પણ ખ્યાલ આપ્યો છે. ગુજરાતી સાહિત્યના ઇતિહાસના અભ્યાસીને આ ગ્રંથ મહત્ત્વનો અભ્યાસવિષય પૂરો પાડે છે.

૧૬. કાઠિયાવાડના મુમના, કી. ૧-૦-૦ : લે. શ્રી. ભગવાનલાલ મ. માંકડ, કાઠિયાવાડમાં મુસલમાન ધર્મ પાળતી મુમના નામક ખેડૂત કોમનો સાંસ્કૃતિક તેમજ સામાજિક દૃષ્ટિએ અભ્યાસ કરી લેખકે આ નિબંધ તૈયાર કર્યો છે, જેમાં એ જ્ઞાતિનાં રીતરિવાજ, સંસ્કૃતિ, પહેરવેશ વગેરેની માહિતી ઠીકઠીક પ્રમાણમાં મળી આવે છે. થોડાં ચિત્રો આપી પુસ્તિકાને પ્રત્યક્ષ જ્ઞાન માટે પણ સુલભ કરી આપી છે

૧૭. જ્યેષ્ઠીમલ્લ જ્ઞાતિ અને મલ્લપુરાણ, કી. ૦-૧૪-૦ : લે. અધ્યા. ભોગીલાલ સાંડેસરા. પ્રાચીન જેઠીમલ્લોનો ઇતિહાસ શોધી અધ્યા. સાંડેસરાએ ગુજરાતના અને મૈસૂરમાં જઈ વસેલી આ મલ્લજ્ઞાતિના વિષયમાં સંશોધનપૂર્ણ માહિતી એકત્રિત કરી અને અભ્યાસસુલભ કરી આપી છે. આ પુસ્તિકા ઉપરથી જેઠીમલ્લોની પરંપરા ઉપર પણ સારો પ્રકાશ મળી રહે છે.

૧૮. કવિ અસાઇતકૃત હંસાઉલિ-પ્રથમ ભાગ. કી. ૧-૮-૦ : સં. પ. કેશવરામ કા. શાસ્ત્રી. ભવાઈઓના આદ્યપ્રણેતા ગણાતા કવિ અસાઇત નાયકની રચેલી કાવ્યાત્મક આ લોકવાર્તામાં પુરુષદ્વેષિણી સ્ત્રીની હકીકત, ઉપરાંત એ હંસાઉલિ નામક રાજકન્યાના બે કુમાર હંસ અને વચ્છ ઉપર, સાવકી માતાના આળને

जोधे पिता देशवार करे छे तेथी जे आपत्ति आवे छे अने ओ आपत्तिमांथी ओ बेउ कन्याओ साथे लग्न करी पाछा पोताना राज्यमां आवी रहे छे ओ वगेरे विषयोनुं अद्भुत रसथी वगेरे कवित्वमय जूनी गुजरातीमां वांचवा मळे छे. लोकवार्ताओमां जूनामां जूनी आ वार्ता सं. १४१७-१. १२६१ जेटला समयमां रचायेली होई गुजराती साहित्यना इतिहासमां महत्त्वनुं स्थान साचवी रहे छे.

१९. अभिधर्म, की. २-०-० : ले. स्व. प्रो. धर्मानंद कोसंबी. स्व. कोसंबीजीओ संशोधन व्याख्यानमाळामां आपेला विद्वत्तापूर्ण चार व्याख्यानोनो गुजराती अनुवाद आ ग्रंथ तरीके थयो छे. बौद्ध तत्त्वज्ञान इतिहासनुं पद्धतिपूर्वक ज्ञान मेळववामां आ व्याख्यानो खूब ज उपयोगनां छे. गुजराती भाषामां आ विषयनुं अन्य कोई पण पुस्तक हजी सुधी लखायुं नथी.

२०. गुजरातनो सांस्कृतिक इतिहास, भाग १ लो, की. ४-०-० : ले. भो. रत्नमणिराव भी. जोटे. इतिहासना समर्थ अभ्यासी श्री. रत्नमणिरावे सांस्कृतिक दृष्टिओ गुजरातनो इतिहास लखवानुं आ कर्युं छे तेमां प्राचीनकाळथी लई गुजरातमां अमदावादमां मुसलमानोनी बादशाहत थई त्यांसुधीनो भाग भाग १ ला तरीके प्रसिद्ध थाय छे. लेखके कोई पण छायामां दबाया विना स्वतंत्र रीते मंतव्यो रजू कर्यां छे.

२१. पुराणोमां गुजरात, की. ४-०-० : ले. अध्या. उमाशंकर जोषी. स. पुराणो अने उपपुराणोमांथी गुजरातने लगती भौगोलिक सांस्कृतिक वगेरे माहितीओ अेकत्रित करवानुं श्रमपूर्ण कार्य अध्या. उमाशंकर जोषीओ आदर्युं तेनो पहेलो भौगोलिक खंड आ प्रसिद्ध करवामां आव्यो छे. गुजरातनां प्राचीन शहेरो, देशो, महत्त्वनां स्थानो विशेनी बधी आवश्यक प्राप्य माहिती ते ते नामोने अकारादि क्रमे आपी आपवामां आवी होई अभ्यासकोने शोधी खूब सरल थई पडे अेम छे. गुजरातीमां आ जातनो आ प्रथम ज छतां महत्त्वपूर्ण प्रयत्न थयो छे.

२२. आ. हेमचंद्रकृत अपभ्रंश व्याकरण, की. ३-८-० : अनु. पं. केशवराम का. शास्त्री. हिंदनी अर्वाचीन आर्यकुळनी भाषाओनी निकटनी जननी अपभ्रंश भाषानुं व्याकरण आ. हेमचंद्रे पोताना सिद्धहेम संस्कृत व्याकरणना परिशिष्ट तरीके आठमा अध्यायमां आपेला प्राकृत भाषाओना व्याकरणमां अे अध्यायना चोथा पादमां सूत्र ३२९ थी ४४८ सुधीमां आपेलुं छे, तेनो मूळ सूत्र, सं. वृत्ति, अपभ्रंश उदाहरणोनी समश्लोकी साथे प्रथमवार ज आ अनुवाद आपवामां आव्यो छे. मध्यकालीन आर्यकुळनी भाषाओनो अभ्यास आ ग्रंथथी सरळ बने छे, अे अेनी विशेषता छे.